

Experiencias en la enseñanza asistida por ordenador de métodos numéricos para cálculo de estructuras

Elena Blanco, Lluís Gil, Benjamín Suárez y Eugenio Oñate

Dpto. de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería

E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos

Universidad Politécnica de Cataluña

Gran Capitán s/n, Módulo C1

08034 Barcelona, España

Tel.: 34-93-205 70 16, Fax: 34-93-401 65 17

E-mail: blanco@cimne.upc.es

Resumen

El aprendizaje de los nuevos métodos de cálculo de estructuras, utilizados en el análisis de problemas de ingeniería, no es una tarea fácil. Las herramientas de enseñanza tradicionales son insuficientes para mostrar la potencia de las técnicas numéricas de análisis. Partiendo de ello se ha desarrollado un entorno educativo que pretende superar los inconvenientes de los métodos clásicos de enseñanza, comenzando por los métodos matriciales para análisis de estructuras de barras y continuando con el método de los elementos finitos. El entorno educativo se ha desarrollado en base a tres bloques: teoría, ejemplos y ejercicios. Los dos primeros guían al usuario en una primera etapa de aprendizaje y finalmente el tercer bloque le permite experimentar con sus propios problemas reforzando su nivel de conocimientos. Los programas están dirigidos principalmente a estudiantes de las carreras técnicas y a los profesores y profesionales de empresas que deseen actualizar sus conocimientos. En este artículo se presentan algunas de las características de los programas educativos Vigas y Pórticos, ED-Tridim y ED-Elas2D y los resultados de su utilización real por estudiantes de escuelas técnicas.

EXPERIENCES IN COMPUTER AIDED TRAINING OF NUMERICAL METHODS FOR STRUCTURAL ANALYSIS

Summary

Nowadays learning modern computational strategies is not a simple task. Traditional teaching tools become unable to show clearly the real power of numerical analysis techniques. The authors have developed an educational environment to overcome the drawbacks of classical teaching methods. The learning process begins with stiffness matrix analysis and continues with finite elements method. The philosophy of the software packages focuses in three blocks: theory, examples and exercises. Theoretical aspects and examples guide the user through each stage of the analysis. Afterwards, users can experiment with their own problems to obtain a greater understanding for the process involved. The programs are addressed to both students and to academics and technical staff in universities and enterprises who wish to update their knowledge of modern computational techniques. This paper presents the methodology of the educational software products: ED-Beams and ED-Frames, ED-Tridim and ED-Elas2D, some real training experiences and statistical results.

INTRODUCCIÓN

En los cursos básicos de las Escuelas Técnicas se imparten actualmente, dentro de la disciplina del Cálculo de Estructuras, una serie de métodos clásicos de análisis, como el método de Navier-Bresse, el de Castigliano o el de los Tres Momentos. En los cursos más avanzados los alumnos abordan el estudio de métodos numéricos adecuados para su implementación en el ordenador, como los Métodos Matriciales para estructuras de barras y el Método de Elementos Finitos para estructuras continuas.

Si bien los métodos clásicos son muy apropiados para introducir los conceptos estructurales fundamentales, a la hora de su aplicación práctica se ven desbordados por la complejidad y ambición de los proyectos de ingeniería y arquitectura actuales. La variedad de los diseños a analizar hace difícil la programación sistemática en el ordenador de dichos métodos, por lo que los programas comerciales de cálculo de estructuras no los utilizan. Entre los métodos fácilmente programables pueden distinguirse dos grupos: uno formado por los métodos iterativos de relajación como Cross o Takabeya y otro donde se incluyen los métodos matriciales y de elementos finitos. Los métodos iterativos de relajación presentan el inconveniente de resolver un limitado número de problemas, además de la falta de convergencia y de la pérdida de precisión en algunos casos.

Los métodos matriciales aplicados al cálculo de las estructuras surgen en la década de los cuarenta, siendo difícil señalar un autor concreto¹. Si bien su utilización es relativamente reciente, los principios en los que se fundamentan fueron establecidos por Castigliano, Maxwell y Muller-Breslau². El éxito de estos métodos reside en una concepción sistemática y generalista de la solución que permite resolver cualquier tipo de problemas. La razón de su desarrollo tardío reside justamente en la necesidad de la utilización del ordenador para la resolución del sistema de ecuaciones que se genera.

En la actualidad el método de elementos finitos es utilizado para el estudio de una amplia gama de problemas de la ingeniería y de la física, sin embargo, sus primeras aplicaciones se realizaron precisamente para el análisis de problemas estructurales. Dentro del campo estructural y utilizando conceptos de los métodos matriciales, el método de elementos finitos permite resolver estructuras de tipo continuo con ayuda del ordenador³⁻⁴.

DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS DE CÁLCULO DE ESTRUCTURAS

Es relativamente fácil transmitir los fundamentos matemáticos de los métodos numéricos de análisis de estructuras utilizando los medios clásicos de la enseñanza (papel, pizarra, libro, transparencias, etc.). En cambio, la aplicación práctica de estos conocimientos se encuentra con algunas de dificultades que limitan la asimilación de estas metodologías.

- 1) *Limitación en la complejidad.* El educador no puede desarrollar ejemplos complicados porque los útiles habituales de la docencia no son adecuados para mostrar la gran cantidad de matrices y operaciones que se producen en la resolución numérica de los problemas. Por lo tanto, se ve obligado a resolver estructuras muy sencillas que no son las más apropiadas para valorar la eficacia de los métodos numéricos. Desde la perspectiva del alumno es poco atractivo no poder abordar ejemplos reales que le estimulen y que justifiquen la utilización de estos métodos.
- 2) *Los programas existentes son cajas negras.* Los métodos numéricos de cálculo precisan de la utilización del ordenador. En general, los programas de análisis de estructuras existentes reducen el papel del usuario a la introducción de datos y a la obtención de los resultados, sin tener acceso a información detallada de las etapas intermedias del cálculo. Por lo tanto, la resolución de ejemplos prácticos se reduce a una utilización a ciegas del programa informático.

- 3) *Conocimientos avanzados de programación.* Una buena alternativa para comprender los métodos numéricos consiste en pedir al alumno que implemente o modifique los códigos de algún programa existente. De esta manera, se ve obligado a entender como funciona cada una de las etapas intermedias del análisis. El aspecto positivo es que el alumno se ve inmerso en el propio proceso de aprendizaje. Sin embargo, esta exigencia es fuerte, porque se basa en un buen conocimiento de programación que no siempre posee el alumno.

El objetivo principal de este trabajo es eliminar, dentro de lo posible, los inconvenientes señalados y ofrecer un complemento de carácter práctico que permita seguir y resolver cuestiones de cierta entidad y que no se pueden desarrollar en una pizarra o en un texto escrito⁵⁻⁶.

Debe destacarse que no se pretende eliminar la necesaria función docente del profesor, ni tampoco suprimir los libros de texto existentes. Por el contrario, ambos se consideran imprescindibles para obtener el máximo rendimiento de las sesiones educativas, tanto en las clases universitarias de grado como de postgrado.

INTRODUCCIÓN A LOS ENTORNOS EDUCATIVOS QUE SE PRESENTAN

En la experiencia que nos ocupa, y a partir de todas las consideraciones previas, se han seleccionado las siguientes opciones:

1. *Como materia a impartir* se consideran dos metodologías con un nivel de dificultad creciente. Se inicia la serie con el cálculo matricial de estructuras de barras y a continuación, se pasa al método de los elementos finitos. Cada programa se apoya en el anterior para reforzar y relacionar las metodologías de funcionamiento de estos importantes métodos numéricos en ordenadores.
2. *Como máquina de trabajo* se ha considerado el ordenador personal, el PC. La principal razón de su elección estriba en la gran difusión actual con que cuenta esta máquina. Hoy en día, casi todo el mundo tiene un ordenador personal a su alcance, y esta posibilidad facilita el éxito de difusión que un programa educativo debe tener.
3. *El sistema operativo* con el que se trabaja es Windows. En los últimos años Windows se ha impuesto en el mercado y por lo tanto, es fácilmente accesible. En principio las razones de su elección se basan en el aprovechamiento máximo que hace de las prestaciones de los PCs, y asimismo, en la riqueza de presentación gráfica y de interacción que entronca adecuadamente con las necesidades de un proyecto educativo.

En base a los esquemas pedagógicos lógicos del aprendizaje se han diseñado las aplicaciones informáticas, **Vigas** y **Pórticos**, **ED-Tridim** y **ED-Elas2D**⁷⁻⁹, de acuerdo con los siguientes bloques didácticos:

1. **Teoría:** la teoría consiste en un conjunto de archivos a los que el usuario puede acceder en cualquier momento para consultar dudas de carácter práctico. Los archivos de teoría constan de explicaciones breves, tratando de suministrar pistas y caminos más que desarrollar complejas cuestiones que se pueden encontrar en cualquier libro. Para presentación y uso se ha seguido el standard de Help de Windows con las facilidades del hipertexto.
2. **Ejemplos:** en esta modalidad los programas se convierten en un tutores, la máquina toma el control de flujo del programa y muestra cómo debe resolverse paso a paso un problema estructural con los métodos numéricos seleccionados. Tanto la resolución del problema como la visualización de los resultados tienen carácter de exposición docente, con lo que el usuario juega un papel pasivo, sólo recibe información de la máquina. En el desarrollo de estas sesiones lo que se pretende es que el usuario entienda el proceso de cálculo.

3. **Ejercicios:** en esta parte los programas presentan gran riqueza interactiva. En ella se pretende que el usuario demuestre que ha asimilado los conceptos expuestos anteriormente en clase o en una sesión de **Ejemplos**. En esta ocasión es el estudiante quien se enfrenta al problema y debe resolverlo paso a paso. Ahora la máquina adquiere un papel pasivo, se limita a corregir los fallos del alumno, aunque también puede ofrecer ayuda y pistas acerca de la respuesta correcta. Tanto durante la resolución del problema como durante la visualización de resultados el usuario debe esforzarse por mantener en funcionamiento el algoritmo. Para ello, los programas no permiten seguir adelante en el proceso de cálculo hasta que el alumno da una respuesta correcta. Naturalmente, las ayudas permiten seguir para que el aprendizaje no quede bloqueado.

En virtud de la intención de los programas se ha hecho especial hincapié en la posibilidad de diseñar y confeccionar cualquier problema estructural que se desee, bien a través de la modificación de uno existente, o bien a través de la creación de uno nuevo.

DESCRIPCIÓN DE LOS ENTORNOS EDUCATIVOS

Los programas educativos, como se ha señalado anteriormente, se han desarrollado siguiendo tres niveles de estudio, el cálculo de vigas y pórticos planos por métodos matriciales, el cálculo de estructuras tridimensionales de barras con igual metodología y el cálculo de un sólido elástico según el método de los elementos finitos. A continuación se describen brevemente las características de cada programa.

Vigas y pórticos

Los programas educativos **Vigas** y **Pórticos** han marcado el inicio de esta línea de investigación. Los programas desarrollan el método matricial de equilibrio aplicado al estudio de vigas continuas (**Vigas**) y de estructuras reticuladas planas (**Pórticos**). Ambos programas siguen la organización anteriormente descrita. Una descripción más detallada de los programas se encuentra en las referencias⁷.

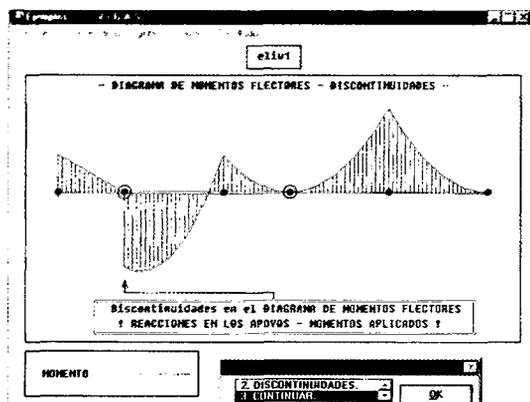


Figura 1. Programa Vigas. Diagrama de momentos flectores

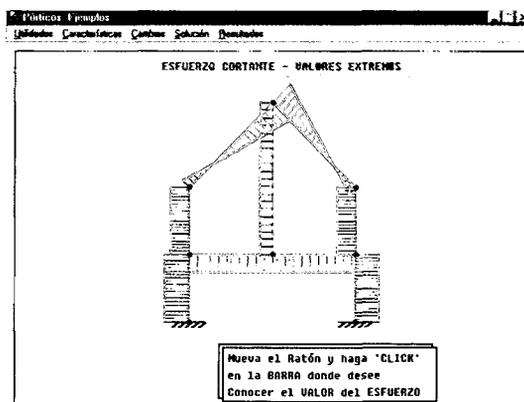


Figura 2. Programa Pórticos. Diagrama de Esfuerzos cortantes

ED-Tridim

El programa **ED-Tridim**⁸ es la continuación natural de los programas **Vigas y Pórticos**. En este caso el programa permite el aprendizaje de la metodología matricial de equilibrio aplicada ahora a un campo más amplio de tipologías estructurales: vigas, pórticos planos, pórticos tridimensionales y celosías. Manteniendo la organización presentada, se refuerza el aspecto educativo con la inclusión de un tutor que facilita la comprensión de los conocimientos. Dicho tutor describe con mayor detalle los pasos de cálculo necesarios e incorpora comentarios que permiten aclarar aspectos de los mismos. Además controla el flujo de información permitiendo una mayor flexibilidad en el uso del programa.

Por otra parte, los aspectos de presentación gráfica y de interactividad del entorno han mejorado con las nuevas facilidades del entorno Windows. En concreto, se ha implementado un generador de estructuras tridimensionales de barras de fácil manejo.

La visualización de resultados en estructuras tridimensionales es un problema que presenta dificultades, por ello, se ha tenido especial cuidado en la representación gráfica de leyes de esfuerzos, deformadas, etc.

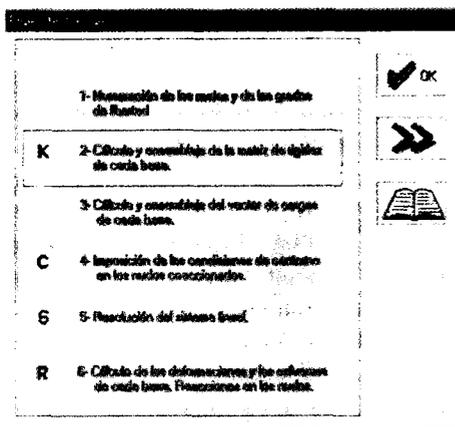


Figura 3. ED-Tridim. Flujo de cálculo

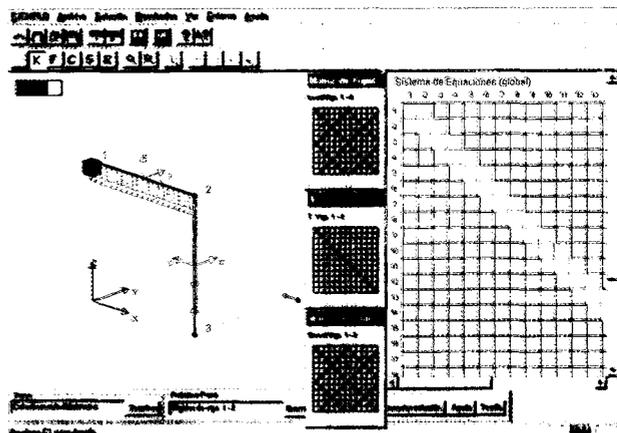


Figura 4. ED-Tridim. Cálculo de la matriz de rigidez global de una barra.

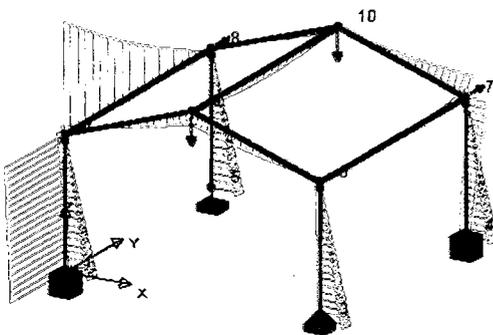


Figura 5. ED-Tridim. Ley de Momentos Flectores

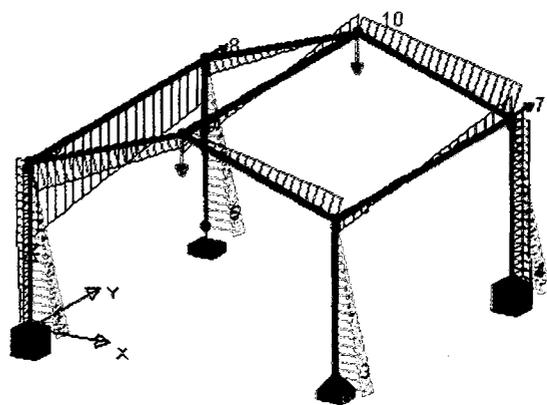


Figura 6. ED-Tridim. Ley de Esfuerzos Cortantes

ED-Elas2D

El entorno educativo **ED-Elas2D**⁹ inicia el estudio del método de elementos finitos abordando la solución de problemas estructurales que satisfacen las hipótesis de la elasticidad bidimensional, es decir, problemas de tensión o deformación plana. Aunque resuelve específicamente problemas de estructuras o sólidos bidimensionales, muchos de los conceptos son generales y extrapolables a la solución por el MEF de otros problemas de la física y de la ingeniería. **ED-Elas2D** comprende tres bloques, que son consecuencia de las etapas básicas a seguir en el análisis mediante el MEF.

(a) ED-Elas2D Pre-proceso

El módulo de preproceso permite introducir la información necesaria para definir la estructura a analizar. La geometría, las propiedades mecánicas de los materiales, la generación de la malla, las condiciones de contorno y las cargas que están aplicadas en la estructura se definen de forma interactiva. El módulo de preproceso es de fácil utilización y está organizado de manera que el usuario puede definir la estructura a estudiar de un modo muy simple.

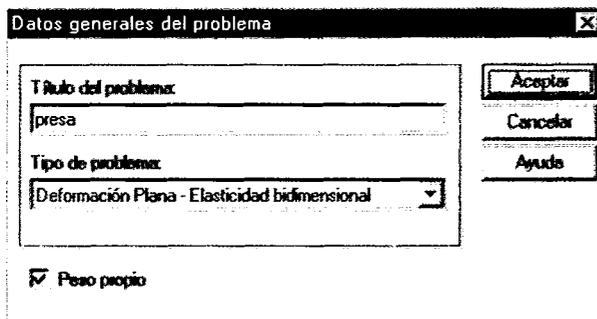


Figura 7. ED-Elas2D. Selección del tipo de problema

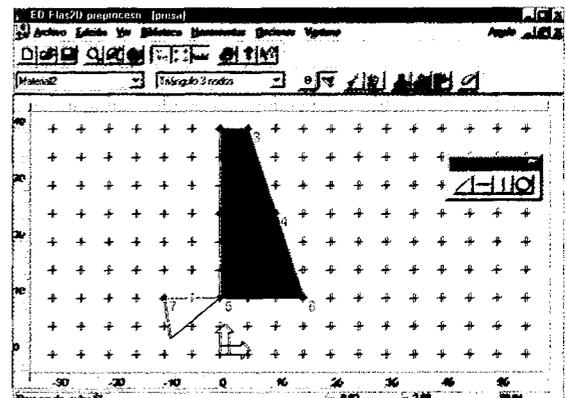


Figura 8. ED-Elas2D. Definición de la geometría y de la malla

(b) ED-Elas2D Proceso

El proceso o solución es el bloque principal del entorno educativo ya que en él se resuelve la estructura siguiendo el modelo matemático que incorpora el método de los elementos finitos. Incorpora explicaciones de conceptos básicos dentro del proceso de resolución utilizando el MEF, como son las funciones de forma, la integración numérica, la matriz de rigidez y el vector de cargas, entre otros. El programa incluye también un módulo de teoría basado en las ayudas de Windows que agiliza todo tipo de consulta. Por otra parte, el proceso de aprendizaje puede adaptarse a los conocimientos del usuario dado que el programa admite tres niveles de resolución: *principiante*, *intermedio* y *avanzado*.

Debe señalarse que también es posible realizar un seguimiento del proceso de aprendizaje. Si al iniciar la resolución del problema se activa la opción *puntuación*, el ordenador asigna puntos según las órdenes, más o menos acertadas, del usuario. La puntuación obtenida le permitirá pasar de un nivel inferior a otro más avanzado. Este aspecto del programa permite al usuario controlar su evolución.

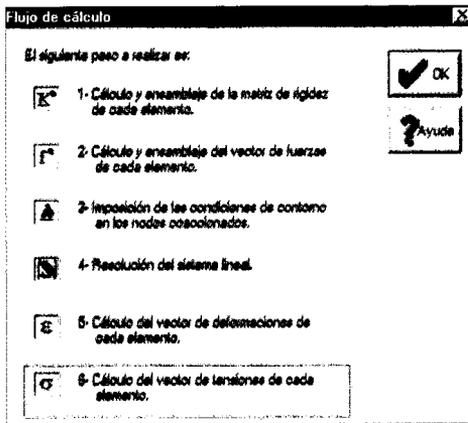


Figura 9. Elas-2D. Flujo de cálculo

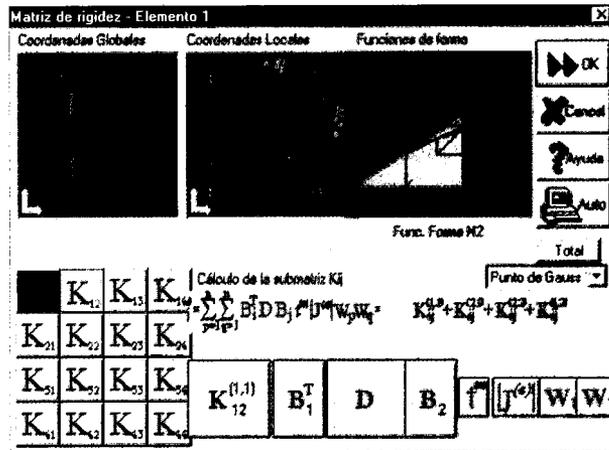


Figura 10. Elas-2D. Cálculo de la matriz de rigidez

(c) ED-Elas2D Postproceso

El módulo de postproceso del entorno educativo ED-Elas2D permite mostrar gráficamente la solución del problema analizado. Dicha presentación gráfica permite relacionar entre sí las distintas variables que definen el proceso y está estructurada de forma que el usuario sólo precisa utilizar los recursos propios del entorno Windows. No se definen de forma educativa algunos conceptos básicos como el alisado de tensiones. Es, por tanto, un bloque descriptivo en el que pueden visualizarse variables importantes para el cálculo estructural elástico.

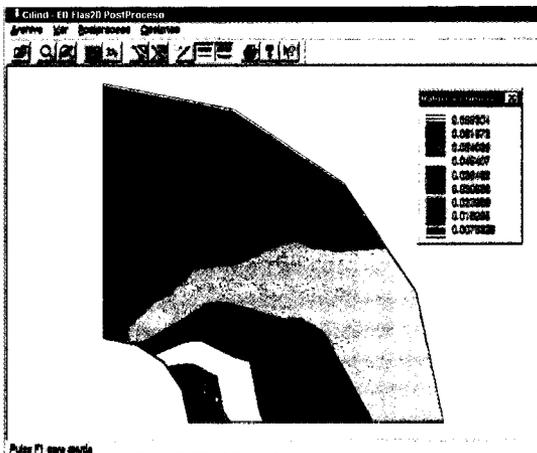


Figura 11. ED-Elas2D. Isoáreas de la componente X de los desplazamientos de un cilindro de pared gruesa sometido a presión interna

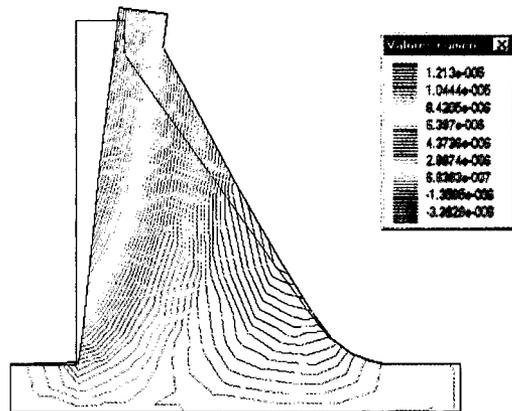


Figura 12. ED-Elas2D. Deformada e isolíneas de la componente Y de los desplazamientos de una presa bajo peso propio y carga hidrostática

EXPERIENCIAS EDUCATIVAS

Conjuntamente con el desarrollo de los programas educativos se planteó la necesidad de evaluarlos, aunque sólo fuera de forma cualitativa. De todos es conocida la dificultad que presenta la evaluación del material docente en general. En este caso se organizaron unas sesiones educativas en diferentes Escuelas Técnicas, dentro de las asignaturas afines al contenido de los programas. En dichas sesiones, dirigidas por los respectivos profesores, los alumnos tuvieron ocasión de utilizar algunos de los programas y expresar sus opiniones sobre los mismos.

Con los programas **Vigas y Pórticos** ha sido posible realizar una serie de sesiones prácticas durante los tres últimos cursos académicos y por lo tanto, evaluar la calidad de los mismos. Sin embargo, los programas **ED-Elas2D** y **ED-Tridim** por ser más recientes, sólo se han podido presentar a los alumnos en una demostración. Por tanto, la valoración de los mismos ha sido de carácter general acerca de sus aspectos formales.

Los programas **Vigas y Pórticos** fueron utilizados en la Universidad de Stuttgart en un cursillo opcional sobre Estática y Dinámica para alumnos del 3er. Curso de la Facultad Técnica Aeronáutica y Espacial. Asimismo, en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona se aplicaron dichos programas en las prácticas de las asignaturas Estructuras II, de la titulación de Ingeniería de Caminos y en Resistencia de Materiales de la titulación de Ingeniería Técnica de Obras Públicas, además, en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Terrassa se aplicaron en las prácticas de la asignatura Teoría de Estructuras.

La experiencia docente consistió en un ejercicio que debía ser resuelto en grupos de dos alumnos por ordenador. Se planteó un problema real cuya solución estructural no era única para estimular la creatividad de cada alumno. Se les suministró un cuestionario común que debía responderse de acuerdo a la solución adoptada por cada grupo y siguiendo los pasos que el programa indica en la solución tipo **Ejemplos**. Finalmente se realizaron unas encuestas con el fin de conocer la opinión de los alumnos sobre la herramienta utilizada. De los resultados obtenidos puede concluirse lo siguiente:

a) Entorno de trabajo

En la Facultad Técnica Aeronáutica y Espacial (F.T.A.E) de Stuttgart el 84% de los participantes posee ordenador, en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona (E.T.S.I.C.C.P Barcelona) el porcentaje llega al 85% mientras que en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Terrassa (E.T.S.I.I. Terrassa) en el curso 95/96 el porcentaje era el 68% y en el curso 96/97 ha aumentado al 86%. Como puede verse un alto porcentaje de alumnos dispone de un PC.

En la F.T.A.E de Stuttgart el 90% trabaja con el sistema operativo Windows, mientras que en la ETSICCP de Barcelona y en la ETSII de Terrassa los porcentajes que en el curso 95/96 oscilaban entre el 74% y el 71%, durante la última encuesta realizada en el curso 96/97 se elevó al 91%. De los resultados anteriores se desprende que la decisión de desarrollar los programas educativos en el entorno PC-Windows fue acertada.

b) Utilización del Software Educativo

La mayoría de los encuestados opina que los programas educativos pueden ser importantes hoy en día. Por ejemplo, en Stuttgart el 60% piensa que un programa educativo puede ser importante en sus estudios, mientras que en las ETSICCP de Barcelona y ETSII de Terrassa este porcentaje oscila entre el 91% y el 95% de los encuestados. En cuanto a la mejora de la comprensión de los conceptos teóricos mediante la utilización de software, los porcentajes oscilan entre el 44% y el 52%.

A la pregunta sobre la utilidad del software a la hora de preparar un examen, la dispersión de opiniones es notable. Mientras los alumnos de Stuttgart se muestran escépticos, el 58% de los alumnos de la ETSCCP de Barcelona opinan que sí y este porcentaje llega al 67% en los alumnos de la ETSII de Terrasa.

c) Valoración de los programas educativos Vigas y Pórticos

La organización de los programas en tres bloques **Teoría, Ejemplos y Ejercicios** fue valorada positivamente por los encuestados. Un 62% opina que está *bien* y un 22% *muy bien*, señalando que esta organización da claridad y buena disposición a los programas.

La solución "**paso a paso**" en la modalidad **Ejemplos** fue muy bien valorada por la mayoría de los estudiantes, ya que sólo un 2% opina que es *incorrecta*. La representación gráfica de resultados fue mejor valorada en Barcelona con un 84% califica de *regular*. En cuanto a la facilidad de manejo del programa el 79% de los encuestados manifiesta que es *fácil* de manejar. El cuestionario se completaba con una pregunta de carácter general: "Vigas y Pórticos merecen el nombre de programas educativos?" El 92% respondió afirmativamente.

CONCLUSIONES

De la experiencia desarrollada pueden extraerse diferentes consideraciones:

(a) Entorno de trabajo

El sistema operativo Windows garantiza una presentación gráfica atractiva y una interactividad muy amplia entre ordenador y usuario. La elección del PC como herramienta de trabajo es, a nuestro entender, un acierto ya que debido a su gran difusión garantiza la fácil accesibilidad al entorno educativo a un bajo coste. El hecho de usar los estándares de definición de Microsoft permite aprender con facilidad su manejo.

(b) Entorno educativo

La división del entorno educativo en: **Teoría, Ejemplos y Ejercicios** ayuda a organizar la información que se desea transmitir al usuario. Tanto los ejemplos como los ejercicios se adaptan a las necesidades y los propósitos de estudio. La modalidad de ejemplos está pensada para la iniciación del usuario en la metodología que va a aprender métodos matriciales o MEF. En los primeros momentos del aprendizaje es necesario un tutor que muestre qué y cómo se debe hacer un determinado paso. Posteriormente, cuando los conceptos ya están más asumidos, el usuario podrá aplicar directamente los conocimientos adquiridos ejecutando el programa en la modalidad de *ejercicio*.

Por último, es bien conocida la dificultad que presenta la valoración del conocimiento que adquieren los estudiantes. Si bien, los programas educativos controlan las decisiones que el usuario toma sobre los pasos de cálculo con mensajes de error o acierto, no se ha implementado una evaluación en profundidad de sus progresos. nicamente el programa **ED-Elas2D**, de más reciente creación, sin pretender realizar una evaluación total, incorpora una opción de seguimiento del aprendizaje del usuario que le permite conocer los avances que realiza en el conocimiento del MEF.

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de esta línea de investigación ha sido posible gracias a la ayuda de la Comunidad Europea, a través de sus programas Comett y Leonardo. Asimismo, los autores agradecen al Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería el soporte brindado.

REFERENCIAS

- 1 R.K. Livesley, "*Métodos Matriciales para el Cálculo de Estructuras*", Ed. Blume, (1970).
- 2 H. Kardestuncer, "*Introducción al Análisis Estructural con Matrices*", Ed. Mc.Graw-Hill, (1975).
- 3 O. Zinkiewicz y R. Taylor, "*El método de los elementos finitos*" CIMNE/McGraw Hill, Vol. I y Vol. II, (1993 y 1994).
- 4 E. Oñate, "*Cálculo de Estructuras por el Método de los Elementos Finitos*", CIMNE, Barcelona, (1992).
- 5 B. Suarez, LL. Gil, E. Blanco, F. Escalante y O. Oñate, "*Propuesta de metodología de software educativo para cálculo estructural por métodos numéricos*", pp. 330, SEMNI, La Coruña, (1993).
- 6 E. Blanco, LL. Gil, B. Suárez, P. Zapata y E. Oñate, "*Entorno educativo ED-Elas2D, una propuesta para la enseñanza del método de los elementos finitos*", pp. 1797, SEMNI, Zaragoza, (1996).
- 7 "Vigas y Pórticos: Programas educativos para análisis de vigas y pórticos por métodos matriciales", CIMNE, Barcelona, (1994).
- 8 "ED-Tridim. Programa educativo para el análisis matricial de estructuras de barras en tres dimensiones", CIMNE, Barcelona, (1997).
- 9 "ED-Elas2D: Programa educativo para el análisis de estructuras y sólidos bidimensionales por el método de elementos finitos", CIMNE, Barcelona, (1996).