

CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS CON AISLAMIENTO DE BASE

JOSE INAUDI*
FRANCISCO LOPEZ-ALMANSA**
JOSE RODELLAR***
y
J.M. KELLY*

**Dept. of Civil Engineering,
University of California, Berkeley.*

***Dept. d'Estructures a l'Arquitectura,
Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.*

****Dept. de Matemàtica Aplicada III,
Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.*

RESUMEN

En este artículo se propone un sistema de control activo como protección antisísmica suplementaria para edificios con aislamiento de base y se analiza su viabilidad de forma numérica. Se considera una única fuerza de control actuando al nivel de la planta inferior. El algoritmo de control se basa en la estrategia de control predictivo, formulada para tener en cuenta el problema del tiempo de retardo en los actuadores. Los resultados obtenidos muestran que es posible lograr una reducción de las aceleraciones absolutas notablemente superior a la que se alcanza con el efecto pasivo del sistema de aislamiento de base. Ello puede ser útil en edificios que alberguen equipos especialmente sensibles.

SUMMARY

In this paper, an active control strategy for supplementary aseismic protection for base-isolated buildings housing sensitive equipment is formulated. A single control force is applied on the basement level with the purpose of acceleration reduction. The control algorithm is based on a predictive control strategy, which accounts for possible time delays introduced by the actuator dynamics. Its effectiveness is analyzed through numerical simulations. It is demonstrated that significant acceleration reduction can be attained with this hybrid scheme.

Recibido: Noviembre 1991

INTRODUCCION

Para protección antisísmica de estructuras han sido propuestos distintos sistemas, siendo los elementos pasivos los que gozan de mayor popularidad debido a su sencillez, bajo costo, eficacia y facilidad de reparación en caso de daño. Entre éstos, los sistemas de aislamiento de base¹ han experimentado un notable desarrollo en los últimos años, probando su utilidad para estructuras de edificación de altura media cimentadas sobre terreno firme. En la actualidad existen numerosos edificios con este tipo de protección en Japón, Estados Unidos y otros países¹.

Los sistemas de aislamiento de base más populares consisten esencialmente en apoyos de goma natural² situados entre el edificio y el terreno con el fin de lograr un cierto grado de desacoplamiento entre los movimientos horizontales de ambos. De esta manera, en presencia de excitaciones sísmicas, se pueden reducir al mismo tiempo los desplazamientos relativos de la estructura aislada (fuente de daños para la estructura) y las aceleraciones absolutas de la misma (peligrosas para las instalaciones del edificio).

Diseñando adecuadamente las características de los aisladores se pueden lograr resultados suficientemente satisfactorios. No obstante, puede haber situaciones en las que se precise una mayor reducción de las aceleraciones absolutas, como por ejemplo en edificios que alberguen instalaciones especialmente sensibles. En estos casos no es posible utilizar otros sistemas pasivos que complementen al aislamiento de base ya que tales sistemas actúan cuando existen desplazamientos relativos entre pisos contiguos y éstos ya han sido disminuidos por el sistema de aislamiento. Para proporcionar este tipo de protección auxiliar³⁻⁵ pueden ser empleados sistemas activos⁶⁻⁷.

Existen además dos factores que avalan la utilidad del control activo en este tipo de problemas:

- i) La aplicación de una única fuerza de control sobre la planta inferior es suficiente para lograr una acción de control eficaz. Ello se debe fundamentalmente a dos razones: por una parte, en edificios con aislamiento de base el primer modo propio (cuya configuración es muy similar a la del movimiento de sólido rígido) es el único que influye de forma significativa en la respuesta sísmica y por otra parte, si se formula el problema en coordenadas absolutas, la excitación actúa solamente sobre la planta inferior¹.
- ii) Los niveles de fuerza de control requeridos para reducir el movimiento absoluto de la estructura aislada no son excesivos dada la gran flexibilidad en el primer modo de vibración de este sistema estructural y dado que la excitación sísmica es filtrada por el sistema de aislamiento.

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación sobre aislamiento activo que se desarrolla en el "Earthquake Engineering Research Center" (University of California, Berkeley). Dentro del proyecto, se ha considerado la aplicación de un algoritmo de control predictivo. Este artículo presenta la formulación del algoritmo y un análisis numérico para valorar su eficacia a través de estudios de estabilidad, de rendimiento y de comportamiento frente a sismos.

**ECUACIONES DEL MOVIMIENTO.
EDIFICIO CON AISLAMIENTO DE BASE**

El movimiento horizontal de un edificio con aislamiento de base y sometido a excitación sísmica y a fuerzas de control activo se rige en coordenadas absolutas por

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{1} \dot{y}_g(t) + \mathbf{K} \mathbf{1} y_g(t) + \mathbf{f}_c(t) \quad (1)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son, respectivamente, las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez e \mathbf{y} es un vector que contiene los desplazamientos de los pisos y de la base respecto a un sistema de referencia inercial. El vector $\mathbf{1} = (1 \ \cdots \ 1)^T$ y el vector $\mathbf{f}_c(t)$ contiene las fuerzas de control. y_g e \dot{y}_g son, respectivamente, el desplazamiento y la velocidad del terreno. El vector \mathbf{f}_c se puede expresar mediante

$$\mathbf{f}_c(t) = \mathbf{M} \mathbf{L} \mathbf{u}(t - \tau_r) \quad (2)$$

donde \mathbf{L} es una matriz cuyos elementos son 1 o 0 según la presencia o ausencia de fuerzas de control en cada piso. El vector $\mathbf{u}(t - \tau_r)$ contiene señales de control generadas en el instante $t - \tau_r$ las cuales se transforman en fuerzas de control que se ejercen sobre la estructura en el instante t . τ_r es el tiempo de retardo en los mecanismos actuadores.

La ecuación del movimiento (1) puede ser formulada en espacio de estado mediante

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F} \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_g \mathbf{x}_g(t) + \mathbf{G} \mathbf{u}(t - \tau_r) \quad (3)$$

donde los vectores \mathbf{x} y \mathbf{x}_g y las matrices \mathbf{F} , \mathbf{G}_g y \mathbf{G} son

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \dot{\mathbf{y}} \end{pmatrix} \quad \mathbf{x}_g = \begin{pmatrix} y_g \\ \dot{y}_g \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{pmatrix} \quad (4a)$$

$$\mathbf{G}_g = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{1} & \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{L} \end{pmatrix} \quad (4b)$$

La ecuación (3) puede ser resuelta en tiempo discreto eligiendo como período de discretización Δt el período de muestreo T que gobierna el lazo de control. Considerando interpolación constante de la señal de control \mathbf{u}^8 se obtiene

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k-r) + \mathbf{w}(k) \quad (5)$$

donde \mathbf{w} es un vector que contiene la influencia de la excitación. La matriz de transición \mathbf{A} , la matriz de control \mathbf{B} y el número de retardos r vienen dados por

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{F}T} \quad \mathbf{B} = \mathbf{P} \mathbf{G} \quad r = \frac{\tau_r}{T} \quad (6)$$

donde $\mathbf{P} = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})$.

ESTRATEGIA DE CONTROL PREDICTIVO

La estrategia de control predictivo ha sido formulada en tiempo discreto para ser utilizada en lazos de control digital. Dicha estrategia consiste básicamente en definir en cada instante discreto de muestreo k un intervalo ficticio de predicción $[k, k + \lambda]$. Dentro de este intervalo se predice el comportamiento dinámico del sistema por un modelo matemático (denominado **modelo predictivo**) a partir del estado medido del sistema en el instante k , el cual se supone conocido. El valor de la señal de control se obtiene minimizando una función de coste que penaliza el estado del sistema en el instante $k + \lambda + \hat{r}$. \hat{r} es el valor estimado del número de retardos en el lazo de control r (ambos valores pueden diferir a causa de errores de identificación).

En el escenario de predicción $[k, k + \lambda]$ se define el modelo predictivo para simular en espacio de estado la evolución del sistema

$$\hat{\mathbf{x}}(k + j | k) = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{x}}(k + j - 1 | k) + \hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{u}}(k + j - 1 - \hat{r} | k) \quad (j = 1, \dots, \lambda + \hat{r}) \quad (7)$$

Este modelo tiene la misma configuración que el modelo de la estructura (5) pero la excitación no ha sido incluida porque se considera como una perturbación desconocida. En (7) $\hat{\mathbf{x}}(k + j | k)$ es el estado del sistema predicho en el instante k para el instante $k + j$. $\hat{\mathbf{u}}(k + j - 1 - \hat{r} | k)$ es la señal de control predicha para el instante $k + j - 1 - \hat{r}$ la cual se traduce en una acción efectiva sobre la estructura en el instante $k + j - 1$. $\hat{\mathbf{A}}$ y $\hat{\mathbf{B}}$ son los valores estimados de las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} en (5). Las discrepancias entre $\hat{\mathbf{A}}$ y \mathbf{A} o entre $\hat{\mathbf{B}}$ y \mathbf{B} pueden ser debidas a errores de identificación.

La predicción parte del valor medido del estado del sistema en el instante k , es decir

$$\hat{\mathbf{x}}(k | k) = \mathbf{x}(k) \quad (8)$$

Las señales de control $\hat{\mathbf{u}}(\cdot | k)$ generadas en instantes previos a k son conocidas:

$$\hat{\mathbf{u}}(k - \hat{r} | k) = \mathbf{u}(k - \hat{r}) \quad \dots \quad \hat{\mathbf{u}}(k - 1 | k) = \mathbf{u}(k - 1) \quad (9)$$

Las señales de control involucradas en el modelo predictivo (9) generadas en instantes posteriores a k son valores desconocidos. Se supone una secuencia constante:

$$\hat{\mathbf{u}}(k | k) = \dots = \hat{\mathbf{u}}(k + \lambda - 1 | k) = \mathbf{u}(k) \quad (10)$$

El valor de $\mathbf{u}(k)$ se obtiene minimizando una función de coste J que penaliza el estado predicho del sistema en el instante $k + \lambda + \hat{r}$ y la señal de control $\mathbf{u}(k)$:

$$J = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{x}}^T(k + \lambda + \hat{r} | k) \mathbf{Q} \hat{\mathbf{x}}(k + \lambda + \hat{r} | k) + \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k) \quad (11)$$

donde \mathbf{Q} y \mathbf{R} son matrices de peso simétricas y definidas positivas. La expresión de J en (11) muestra que valores pequeños de λ corresponden a pretender una rápida

atenuación de la respuesta y, por tanto, generan acciones de control enérgicas. Por el contrario, valores de λ altos proporcionan acciones de control menos intensas.

La minimización de J conduce a⁹⁻¹⁰

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{D} \mathbf{x}(k) - \mathbf{K}_1 \mathbf{u}(k-1) - \dots - \mathbf{K}_{\hat{r}} \mathbf{u}(k-\hat{r}) \tag{12}$$

donde la matriz de ganancia \mathbf{D} y las matrices de memoria \mathbf{K}_i ($i = 1, \dots, \hat{r}$) son constantes.

En el instante $k + 1$ se define un nuevo intervalo de predicción [$k + 1, k + 1 + \lambda$] y se obtiene un nuevo valor $\mathbf{u}(k + 1)$ de la señal de control a partir del valor medido del estado $\mathbf{x}(k + 1)$ y así sucesivamente en todos los instantes de control.

LAZO CERRADO DE CONTROL

La evolución temporal del lazo de control se rige en tiempo discreto por (5) y (12). Definiendo un vector de estado extendido $\bar{\mathbf{x}}$, ambas ecuaciones pueden ser escritas conjuntamente en la forma

$$\bar{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{w}}(k) \tag{13}$$

Si no hay diferencias entre \hat{r} y r , los vectores $\bar{\mathbf{x}}$ y $\bar{\mathbf{w}}$ y la matriz $\bar{\mathbf{A}}$ son iguales a

$$\bar{\mathbf{x}}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k-2) \\ \dots \\ \mathbf{u}(k-r) \end{pmatrix} \quad \bar{\mathbf{w}}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \dots \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{D} & -\mathbf{K}_1 & \dots & -\mathbf{K}_{r-1} & -\mathbf{K}_r \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \tag{14}$$

Si $\hat{r} \neq r$, pueden obtenerse expresiones similares⁷. La ecuación (13) muestra que el lazo cerrado de control se puede expresar en tiempo discreto en forma de una ecuación en diferencias de primer orden, formulación útil para un análisis de la estabilidad del sistema.

ANÁLISIS DE EFICACIA

Modelo estructural y diseño del control

En esta subsección y en las siguientes se analiza numéricamente la eficacia del control predictivo para reducir la respuesta del edificio sin utilizar valores excesivos de las fuerzas de control. El análisis se realiza sobre un edificio con aislamiento de base cuyo movimiento se describe por un modelo lineal como (1). Tal como muestra la Figura 1, se trata de una estructura de tres plantas con la misma masa m , amortiguamiento c y rigidez k en cada piso. La rigidez y el amortiguamiento de los aisladores son k_0 y c_0 y la masa de la planta inferior (situada inmediatamente encima de los apoyos elásticos) es también m . A efectos de la obtención de las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} , los pilares se

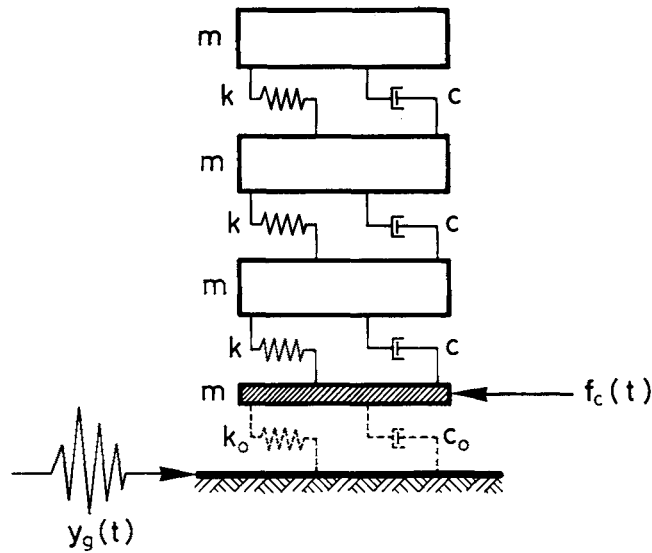


Figura 1. Modelo estructural de un edificio con aislamiento de base con control activo.

suponen perfectamente empotrados en los forjados. Existe una única fuerza de control horizontal aplicada al nivel de la planta inferior.

Los valores de m , k , c , k_0 y c_0 se representan por medio de la frecuencia $\tilde{\omega}$, el factor adimensional η y los factores de amortiguamiento ξ_1^{bf} y ξ_0 . ξ_1^{bf} es el amortiguamiento del primer modo propio de la estructura cimentada de forma tradicional (con base fija, es decir, sin aislamiento de base). $\tilde{\omega}$, ξ_0 y η vienen dados por

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{k_0}{4m} \quad \xi_0 = \frac{c_0}{8m\tilde{\omega}} \quad \eta = \frac{4k}{k_0} \tag{15a}$$

Si k es notablemente superior a k_0 (tal como se considera habitualmente en el diseño de sistemas de aislamiento de base²) $\tilde{\omega}$ y ξ_0 tienen respectivamente valores próximos a los de la frecuencia natural y del factor de amortiguamiento del primer modo propio de la estructura con aislamiento de base. Mediante un análisis modal elemental se muestra inmediatamente que η y ξ_1^{bf} se relacionan con el período fundamental T_1^{bf} del edificio cimentado de forma clásica mediante

$$\eta = \frac{199.36}{\tilde{\omega}^2 (T_1^{bf})^2} \quad \xi_1^{bf} = \frac{0.0158 c T_1^{bf}}{m} \tag{15b}$$

Las matrices de peso Q y R se eligen iguales a

$$Q = \begin{pmatrix} \beta Q_y & 0 \\ 0 & \gamma Q_{\dot{y}} \end{pmatrix} \quad R = (\delta) \tag{16}$$

Los coeficientes escalares β , γ y δ se refieren, respectivamente, a la penalización de desplazamientos, velocidades y señal de control. Las matrices Q_y y $Q_{\dot{y}}$ se toman iguales a

$$\Phi^T Q_y \Phi = \Sigma \quad \Omega \Phi^T Q_{\dot{y}} \Phi \Omega = \Sigma \tag{17}$$

En (17) Σ es una matriz diagonal ($\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_4)$) y Φ es la matriz modal del edificio con aislamiento de base pero sin amortiguamiento ni control; dicha matriz se supone normalizada de forma que cumpla $\Phi^T \Phi = I$. Ω es una matriz diagonal que contiene las frecuencias naturales ω_i ($i = 1, \dots, 4$) de los modos no amortiguados. A partir de (17) se llega inmediatamente a

$$\Phi_i^T Q_y \Phi_i = \sigma_i \quad \omega_i \Phi_i^T Q_y \Phi_i \omega_i = \sigma_i \quad (18)$$

La expresión (18) muestra que, en ausencia de excitación y de amortiguamiento, σ_i determina la intensidad con que el modo i es detectado por la función de coste J . En los casos analizados en esta sección, a pesar de que la acción de control y el amortiguamiento introducen cambios significativos en la dinámica del sistema, los vectores modales asociados con los modos superiores no son alterados de forma drástica y σ_i puede considerarse aproximadamente equivalente a la intensidad con que el modo i es detectado por J .

Para el análisis desarrollado en este artículo se supone que el lazo de control funciona en condiciones ideales, es decir, no hay discrepancias entre los parámetros del sistema A , B y r y los valores estimados en el modelo predictivo \hat{A} , \hat{B} y \hat{r} .

El estudio de la eficacia del control predictivo de edificios con aislamiento de base se realiza evaluando numéricamente la influencia de los parámetros que condicionan el diseño del control. Dichos parámetros pueden ser clasificados en dos grupos, los que provienen del algoritmo de control (β , γ , δ , σ_i , λ , r y T) y los que provienen de la estructura (T_1^{bf} , ξ_1^{bf} , ξ_0 y $\tilde{\omega}$). Para algunos parámetros se considera el mismo valor en todos los casos:

$$\gamma = 0 \quad \delta = 1 \quad \lambda = 2 \quad T = 0.02 \text{ s} \quad T_1^{bf} = 0.5 \text{ s} \quad \xi_1^{bf} = 0.02 \quad \xi_0 = 0.2 \quad (19)$$

$\gamma = 0$ significa que las velocidades no son penalizadas en J . La elección de un valor constante para δ no representa una pérdida de generalidad ya que la minimización de J no depende más que del cociente β/δ . El valor elegido para ξ_0 es el que proporciona la mayor reducción de la aceleración absoluta que puede alcanzarse con sistemas de aislamiento puramente pasivos (Apéndice A).

El análisis de la influencia de los restantes parámetros β , Σ , r y $\tilde{\omega}$ se considera bajo tres puntos de vista: i) estudio de la estabilidad del lazo cerrado (13); ii) respuesta en frecuencias del sistema regido por (5) y (12); iii) respuesta a excitaciones sísmicas históricas. Dichos tres análisis se desarrollan, respectivamente, en las tres siguientes subsecciones.

Análisis de la estabilidad

El sistema en lazo cerrado regido por (13) es estable (en el sentido de Lyapunov) si todos los valores propios de la matriz \bar{A} tienen módulo menor que la unidad. En la Tabla I se muestra el módulo máximo de los valores propios de \bar{A} para distintos valores de $\tilde{\omega}$ y β cuando $\Sigma = I$. Los resultados son prácticamente independientes de r .

En todos los casos analizados en la Tabla I se considera que $\sigma_i = 1$ ($i = 1, \dots, 4$) para evaluar la estabilidad cuando se desea controlar todos los modos. Si se toman

| Módulo máximo de los valores propios de \bar{A} | | | | | |
|---------------------------------------------------|-------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $\Sigma = I \quad r = 0 - 3$ | | | | | |
| $\tilde{\omega}$ | $\beta = 0$ | $\beta = 10^3$ | $\beta = 10^4$ | $\beta = 10^5$ | $\beta = 10^6$ |
| 1 | 0.9960 | 0.9960 | 0.9955 | 0.9916 | 0.9826 |
| 1.5 | 0.9941 | 0.9941 | 0.9937 | 0.9901 | 0.9823 |
| 2 | 0.9923 | 0.9922 | 0.9919 | 0.9886 | 0.9820 |
| 2.5 | 0.9905 | 0.9905 | 0.9902 | 0.9873 | 0.9818 |
| 3 | 0.9889 | 0.9889 | 0.9886 | 0.9860 | 0.9816 |
| 3.5 | 0.9874 | 0.9874 | 0.9871 | 0.9848 | 0.9815 |

Tabla I.

valores de β mayores que 10^6 se obtienen resultados similares a los de la última columna. Los resultados de la Tabla I muestran que el sistema es estable.

Respuesta en frecuencias

En esta subsección se calcula la respuesta en frecuencias del sistema de acuerdo con el procedimiento descrito en el Apéndice B. Se consideran dos tipos de espectros de la respuesta controlada: función de transferencia entre el desplazamiento del terreno y_g y el desplazamiento absoluto y_4 del piso superior y función de transferencia entre el desplazamiento del terreno y_g y la señal de control u (la cual, de acuerdo con (2), es proporcional a la fuerza de control f_c). La primera de dichas funciones de transferencia es igual a la que relaciona la aceleración del terreno \ddot{y}_g con la aceleración absoluta del piso superior \ddot{y}_4 . En cada figura se representan ambos espectros (funciones de transferencia $y_g - y_4$ e $y_g - u$ en los ejes verticales y frecuencia de excitación en los ejes horizontales) correspondientes a un mismo caso de control (es decir, a los mismos valores de β , Σ , r y $\tilde{\omega}$). La influencia de β , Σ , r y $\tilde{\omega}$ se analiza, respectivamente, en las Figuras 2, 3, 4 y 5.

En la Figura 2 se estudia la influencia de β . Los espectros de la parte izquierda muestran que valores de β elevados generan acciones de control enérgicas con importantes incrementos de las frecuencias de resonancia y significativas reducciones de los picos. Los espectros de la parte derecha muestran que las acciones de control más intensas requieren mayores fuerzas de control.

En la Figura 3 se estudia la influencia de Σ . Los espectros de la parte izquierda muestran que valores de σ_2 , σ_3 y σ_4 menores proporcionan mayores reducciones del primer modo. Los espectros de la parte derecha muestran que dicha reducción se obtiene con menores fuerzas de control.

En la Figura 4 se estudia la influencia de r . Allí se muestra que el tiempo de retardo deteriora el rendimiento del control obteniéndose menor reducción de la respuesta a pesar de utilizar mayores fuerzas de control. No obstante, aún en presencia de un número importante de retardos, la acción de control continúa siendo plenamente eficaz.

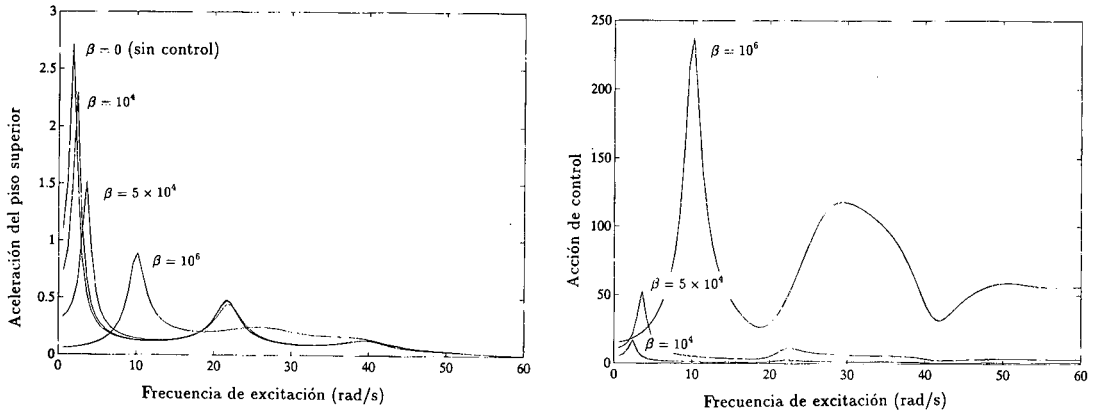


Figura 2. Respuesta en frecuencias. Aceleración absoluta y acción de control.
 $\Sigma = I, d = 3, \tilde{\omega} = 2.$

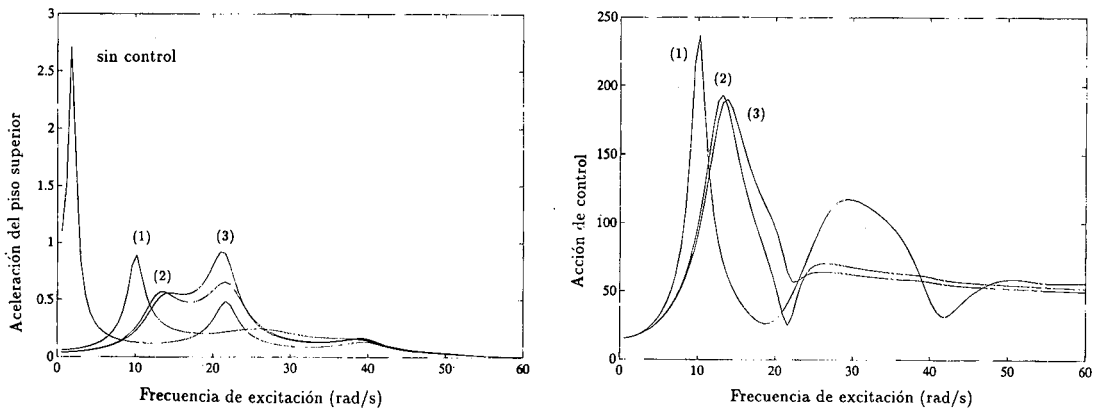


Figura 3. Respuesta en frecuencias. Aceleración absoluta y acción de control.
 $\beta = 10^6, d = 3.$ En las curvas (1) $\Sigma = I$, en (2) $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = 0.1, \sigma_3 = \sigma_4 = 0$ y en (3) $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = 0.01, \sigma_3 = \sigma_4 = 0.$

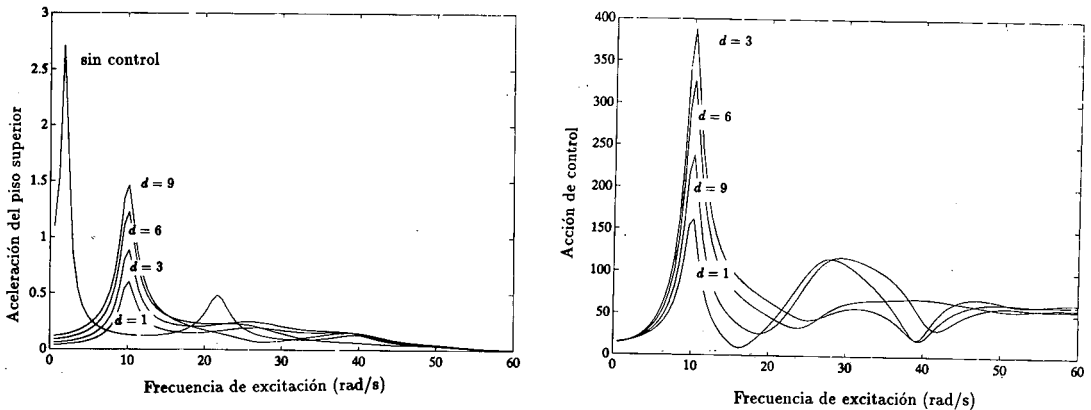


Figura 4. Respuesta en frecuencias. Aceleración absoluta y acción de control.
 $\beta = 10^6, \Sigma = I, \tilde{\omega} = 2.$

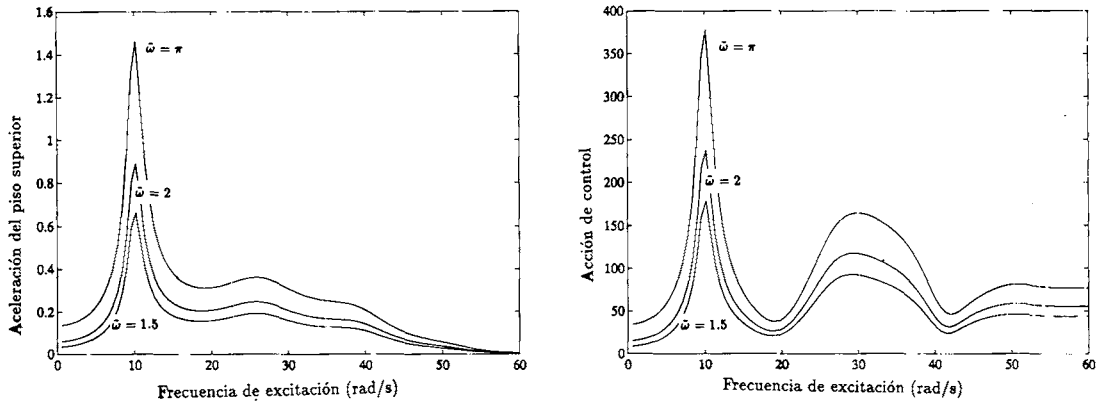


Figura 5. Respuesta en frecuencias. Aceleración absoluta y acción de control.
 $\beta = 10^6, \Sigma = I, d = 3.$

En la Figura 5 se estudia la influencia de $\tilde{\omega}$. Valores pequeños de dicho parámetro (es decir, aisladores de escasa rigidez) corresponden a acciones de control con niveles bajos de respuesta y señales de control de poca intensidad.

Respuesta sísmica

En este apartado se describen varios experimentos de control consistentes en someter al edificio con aislamiento de base a excitaciones sísmicas. Los terremotos considerados son El Centro N-S (1940) y Loma Prieta (en la estación "Oakland Wharf") N-S (1989). Para cada excitación se representan dos tipos de curvas: en coordenadas verticales a la izquierda aceleración absoluta máxima en la superestructura y a la derecha desplazamiento relativo máximo del primer piso y, para ambos valores, fuerza de control máxima en coordenadas horizontales. Cada curva corresponde a un valor de $\tilde{\omega}$ y ha sido generada considerando distintos valores de β entre 0 y 10^6 .

Las curvas en la parte izquierda de la Figura 6 confirman las conclusiones de la Figura 2: valores grandes de β (entre 0 y 10^6), producen acciones de control

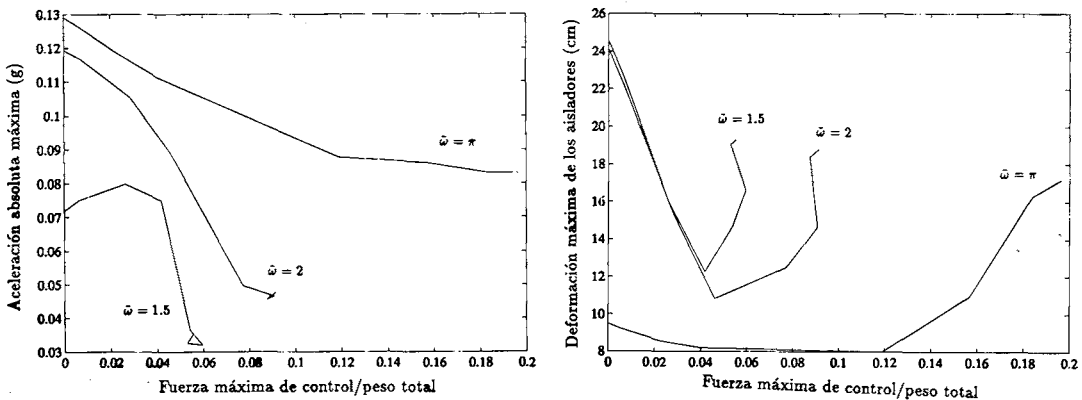


Figura 6. Respuesta al sismo de El Centro. $\beta = 0 - 10^6, \Sigma = I, d = 3.$

enérgicas. Se pueden obtener apreciables reducciones de la aceleración absoluta sin valores excesivos de la fuerza de control. Las curvas en la parte derecha muestran que, para acciones de control intensas, la deformación de los aisladores tiende a aproximarse al máximo desplazamiento del terreno. Las curvas de la Figura 7 permiten extraer conclusiones similares.

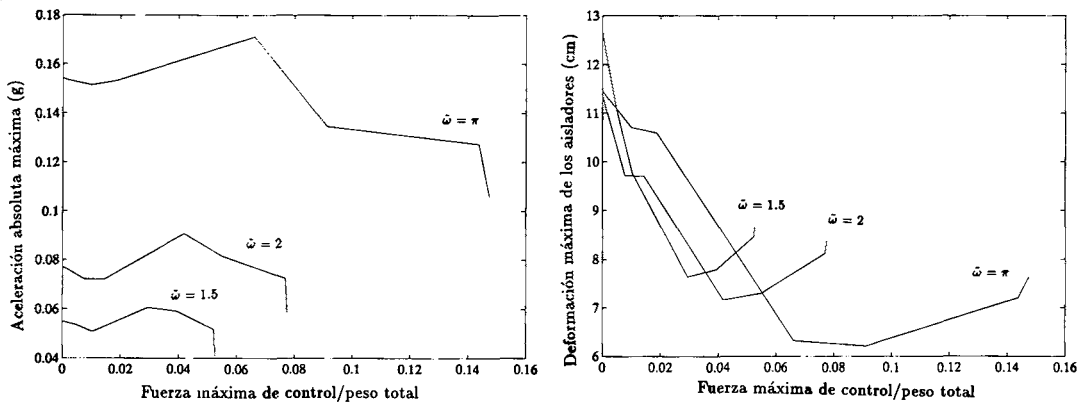


Figura 7. Respuesta al sismo de Loma Prieta. Aceleración absoluta y acción de control. $\beta = 0 - 10^6$, $\Sigma = I$, $d = 3$.

CONCLUSIONES

La conclusión general es que el sistema de control activo descrito en este artículo es capaz de proporcionar protección antisísmica suplementaria a edificios con aislamiento de base reduciendo la aceleración absoluta por debajo de los niveles alcanzados simplemente con el efecto puramente pasivo de los aisladores.

La disminución de la respuesta se logra con valores moderados de la fuerza de control especialmente si el período fundamental de la estructura aislada es largo (es decir, aisladores de rigidez baja). La presencia de tiempos de retardo en el lazo de control deteriora su rendimiento aunque éste conserva su eficacia aun en presencia de un número importante de retardos.

APENDICE A.— Efecto del amortiguamiento pasivo

En este apéndice se justifica someramente la elección del valor del amortiguamiento pasivo ξ_0 hecha en (19). En la Figura 8 se presentan espectros de respuesta en ausencia de control para distintos valores de ξ_0 .

La Figura 8 muestra que valores de ξ_0 elevados producen menores picos del primer modo pero mayores picos de los modos superiores, consecuentemente, la elección de ξ_0 debe ser un compromiso entre ambos objetivos incompatibles. El valor considerado en (19) es una elección suficientemente satisfactoria.

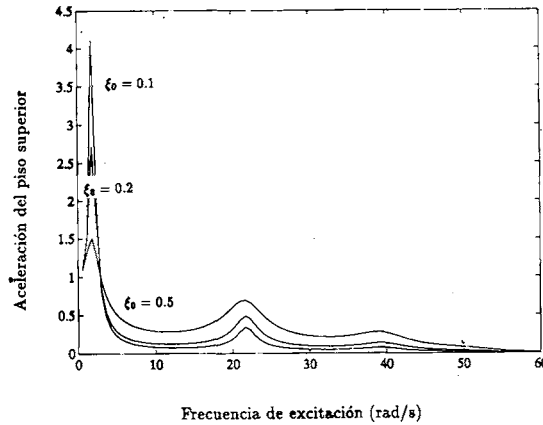


Figura 8. Efecto del amortiguamiento puramente pasivo. $\tilde{\omega} = 2$.

APENDICE B.- Cálculo de la respuesta en frecuencias

El movimiento horizontal del edificio se describe en tiempo continuo por (1) o (3) estando la señal de control dada por (12) en tiempo discreto. Ya que en el segundo miembro de (1) dos de las entradas no son independientes (y_g e \dot{y}_g) la integración numérica de (1) en espacio de estado no puede hacerse a partir de (3) y se precisa una formulación extendida en la que intervengan únicamente entradas independientes. Con dicho fin se introduce la aceleración del terreno \ddot{y}_g mediante la identidad

$$\dot{\mathbf{x}}_g(t) = \mathbf{H} \mathbf{x}_g(t) + \mathbf{J} \ddot{y}_g(t) \quad (\text{B.1})$$

donde las matrices \mathbf{H} y \mathbf{J} son

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Las ecuaciones (3) y (B.1) pueden ser englobadas según

$$\dot{\mathbf{x}}_e(t) = \mathbf{F}_e \mathbf{x}_e(t) + \mathbf{J}_e \ddot{y}_g(t) + \mathbf{G}_e u(t - \tau_r) \quad (\text{B.3})$$

donde el vector de estado extendido \mathbf{x}_e y las matrices \mathbf{F}_e , \mathbf{G}_e y \mathbf{J}_e son

$$\mathbf{x}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_g \end{pmatrix} \quad \mathbf{F}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{G}_g \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{pmatrix} \quad \mathbf{J}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J} \end{pmatrix} \quad \mathbf{G}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

La ecuación (B.3) contiene dos entradas independientes y puede ser resuelta en tiempo discreto. Tomando como intervalo de discretización el valor del período de muestreo T y considerando interpolación constante entre instantes de muestreo se obtiene⁸

$$\mathbf{x}_e(k+1) = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e(k) + \mathbf{P}_e \mathbf{J}_e \ddot{y}_g(k) + \mathbf{P}_e \mathbf{G}_e u(k-r) \quad (\text{B.5})$$

donde $\mathbf{P}_e = \mathbf{F}_e^{-1} (\mathbf{A}_e - \mathbf{I})$.

(B.5) y (12) son dos ecuaciones en diferencias acopladas. Definiendo un nuevo vector de estado $\bar{\mathbf{x}}_e$, ambas expresiones pueden ser englobadas según

$$\bar{\mathbf{x}}_e(k+1) = \bar{\mathbf{A}}_e \bar{\mathbf{x}}_e(k) + \bar{\mathbf{B}}_e \ddot{y}_g(k) \quad (B.6)$$

Si $\hat{r} = r$, el vector $\bar{\mathbf{x}}_e$ y las matrices $\bar{\mathbf{B}}_e$ y $\bar{\mathbf{A}}_e$ vienen dadas por

$$\bar{\mathbf{x}}_e(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_e(k) \\ u(k-1) \\ u(k-2) \\ \dots \\ u(k-r) \end{pmatrix} \quad \bar{\mathbf{B}}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_e \mathbf{J}_e \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (B.7a)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_e = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_e & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{P}_e \mathbf{G}_e \\ -D & 0 & 0 & -K_1 & \dots & -K_{r-1} & -K_r \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & & & \dots & & \\ \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (B.7b)$$

Tomando transformadas z en ambos miembros de la ecuación (B.6) resulta

$$z \bar{\mathbf{X}}_e(z) = \bar{\mathbf{A}}_e \bar{\mathbf{X}}_e(z) + \bar{\mathbf{B}}_e \ddot{Y}_g(z) \quad (B.8)$$

La ecuación (B.8) puede ser escrita en la forma

$$\bar{\mathbf{X}}_e(z) = \mathbf{H}(z) \ddot{Y}_g(z) \quad (B.9)$$

donde la función de transferencia $\mathbf{H}(z)$ es

$$\mathbf{H}(z) = (z\mathbf{I} - \bar{\mathbf{A}}_e)^{-1} \bar{\mathbf{B}}_e \quad (B.10)$$

Mediante la sustitución $z = \exp(j\omega T)$ en (B.10) puede obtenerse la respuesta en frecuencias del sistema.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido subvencionado por la "National Science Foundation" (Proyecto CNSF BCS-8703586). La estancia de los autores españoles en Berkeley ha sido posible gracias a la "Dirección General de Investigación Científica y Técnica" (Proyecto PB89-05-03-C02 y Becas BE91-024 y FU89 38405126).

REFERENCIAS

1. J.M. Kelly, "Base isolation: linear theory and design", *Earthquake Spectra*, Vol. 6, pp. 223-244, (1990).
2. M.C. Griffith, I.D. Aiken y J.M. Kelly, "Displacement control and uplift restraint for base-isolated structures", *Journal of Structural Engineering ASCE*, Vol. 116, pp. 1135-1148, (1990).
3. J.M. Kelly, G. Leitmann y A.G. Soldatos, "Robust control of base-isolated structures under earthquake excitation", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 53, pp. 159-180, (1987).
4. J. Inaudi y J.M. Kelly, "Active isolation", *Proc. of U.S. National Workshop on Structural Control Research*, Los Angeles, pp. 125-130, (1990).
5. J. Inaudi, "Active control on base-isolated structures", *CE 299 Report (SEMM Program)*, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley, (1990).
6. J. Rodellar (editor), "*Sistemas en la Ingeniería Civil. Identificación, Optimización, Control*", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, (1989).
7. F. López-Almansa, "Contribución al desarrollo de sistemas de control activo de estructuras de edificación mediante cables activos", *Tesis Doctoral*, Universidad Politécnica de Catalunya, (1988).
8. F. López-Almansa, A.H. Barbat y J. Rodellar, "SSP algorithm for linear and nonlinear dynamic response simulation", *International Journal on Numerical Methods in Engineering*, Vol. 26, pp. 2687-2706, (1988).
9. J. Rodellar, A.H. Barbat y J.M. Martín-Sánchez, "Predictive control of structures", *Journal Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 113, pp. 797-812, (1987).
10. J. Rodellar, L.L. Chung, T.T. Soong y A.M. Reinhorn, "Experimental digital control of structures", *Journal Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 115, pp. 1245-1261, (1989).