

A. Arrese<sup>a</sup>, N. Insausti<sup>a</sup>, J. de Gracia<sup>b</sup>, A. Boyano<sup>b</sup><sup>a</sup> GRUPO MATERIALES + TECNOLOGÍAS / MECÁNICA DE MATERIALES Departamento de Ingeniería Mecánica Escuela de Ingeniería de Gipuzkoa.<sup>b</sup> GRUPO MATERIALES + TECNOLOGÍAS / MECÁNICA DE MATERIALES Departamento de Ingeniería Mecánica. Escuela de Ingeniería de Vitoria-GasteizUniversidad del País Vasco (UPV/EHU).  
Plaza Europa 1, 20018 Donostia-San Sebastián.  
[ainhoa.arrese@ehu.eus](mailto:ainhoa.arrese@ehu.eus)

## Ley Cohesiva en Modo Mixto de Uniones Adhesivas

### RESUMEN

Historia del artículo:

Recibido 4 de Junio 2019

En la versión revisada 20 de Junio 2019

Aceptado 5 de Julio 2019

Accesible online 18 de Enero de 2021

Palabras clave:

Unión adhesiva

Ley cohesiva

Modo Mixto

Ensayo MMB

Este trabajo presenta un método experimental para determinar la ley cohesiva de uniones adhesivas de pequeño espesor en modo mixto.

El método propuesto se basa en el ensayo MMB (Mixed Mode Bending test).

La Tasa de Liberación de Energía y el Desplazamiento Relativo en la Punta de Grieta se determinan mediante un método de reducción de datos basado en la variación de la flexibilidad procesando la curva carga-desplazamiento del ensayo, sin necesidad de monitorizar ni la longitud de grieta ni el desplazamiento relativo en la punta de grieta.

Representando la tasa de liberación de energía frente al desplazamiento relativo y mediante derivación numérica se determina la ley cohesiva.

El método se valida numéricamente mediante ensayos virtuales incluyendo el modelo de zona cohesiva.

Los resultados revelan que el método propuesto proporciona una manera simple de determinar la ley cohesiva en modo mixto utilizando solo datos de carga-desplazamiento proporcionados por la máquina de ensayo universal, sin la necesidad de ninguna medición de desplazamiento externo y sin asumir la forma de la ley cohesiva.

## Mixed Mode Cohesive Law of adhesive joints

### ABSTRACT

Keywords:

Adhesive joint

Cohesive law

Mixed Mode

MMB test

This work presents an experimental method to determine the cohesive law of thin adhesive joints in mixed mode.

The proposed method is based on the MMB (Mixed Mode Bending test).

The Energy release Rate and Crack Tip Relative Displacement are determined based on a compliance variation data reduction method by processing the global load displacement curve, without monitoring the crack length and the crack tip relative displacement during the test.

Representing the energy release rate versus relative displacement the cohesive law is determined by numerical differentiation.

The method is validated numerically by virtual tests including the cohesive zone model.

The results reveal that the proposed data reduction scheme is suitable to obtain the mixed mode cohesive law using only the load and displacement data obtained from the testing machine, without any external displacement measurement technique and without any assumption of the form of the cohesive law.

## 1 Introducción

El uso de materiales compuestos y la utilización cada vez más generalizada de adhesivos estructurales frente a otros procesos de unión tradicional implica la necesidad de un conocimiento específico del comportamiento de dichas uniones ante sollicitaciones que provocan la separación de las piezas unidas.

El empleo de adhesivos estructurales en este tipo de uniones, en vez de los sistemas tradicionales, como soldadura, tornillos o remaches, no sólo implican una reducción de peso por la eliminación de estos elementos sino que supone una mejora en las características estructurales [1].

Sin embargo, el tipo de exposición que comúnmente sufren las uniones adhesivas pueden afectar a la durabilidad de las mismas [2,3]. Por tanto, la evaluación de la calidad de la unión adhesiva y la obtención de parámetros que caractericen su comportamiento mecánico ante la fractura es de vital importancia, tanto para el diseño como para el control de calidad del proceso productivo de elementos estructurales.

Las uniones adhesivas han sido intensamente investigadas durante los últimos años, dando lugar a diversas aproximaciones analíticas [4-7] y propuestas de ensayo para la caracterización mecánica de estas uniones.[8-10]

El modelo de zona cohesiva (CZM) es uno de los métodos disponibles para la investigación de la propagación de la grieta mediante el método de elementos finitos.

CZM fue presentado a principios de los sesenta por Barenblatt [11] y Dugdale [12] y describe los procesos locales de fractura cerca de las puntas de la grieta como un fenómeno gradual donde la separación tiene lugar a través de una zona cohesiva. Es ampliamente utilizado en los paquetes de elementos finitos comerciales debido a la aplicabilidad para analizar la fractura de diferentes materiales bajo diferentes condiciones de carga. Con CZM la fractura se modeliza como un proceso en el que una superficie en el material forma primero una zona cohesiva denominada zona de proceso de fractura (FPZ). Esta FPZ se separa posteriormente en dos superficies de grieta. En la zona cohesiva, las superficies de las grietas se mantienen unidas por tensiones cohesivas.

La idea general es que el proceso de fractura se describe por una relación de tensión - desplazamiento relativo local en la zona de proceso de fractura (FPZ). Esta relación es una ley constitutiva del material, llamada ley cohesiva.

Debido a que la ley cohesiva juega un papel importante en la simulación del comportamiento de la fractura de los materiales los métodos para determinar la ley cohesiva de uniones adhesivas han sido desarrollados por diversos autores [13-16].

Sin embargo, estos métodos requieren el uso de equipo externos para determinar los desplazamientos relativos en la

punta de la grieta, como pueden ser la Correlación Digital de Imagen (DIC) o el Transformador Diferencial De Voltaje Lineal (LVDT) [13–15]. Estos métodos de medición incorporan dificultades experimentales asociadas, relacionadas con resultados inexactos en el caso de desplazamientos relativos de puntas de grieta muy pequeños.

En este trabajo se presenta un nuevo método para la determinación de la ley cohesiva en modo mixto de uniones adhesivas de pequeño espesor.

El método propuesto se basa en el ensayo MMB (Mixed Mode Bending test) [17].

La reducción de datos se realiza mediante la combinación de dos métodos recientemente presentados para modo I y modo II [18, 19]. La combinación de estos métodos basados en teoría de vigas, permite determinar la longitud de grieta equivalente para cada punto del ensayo mediante la variación de flexibilidad.

Utilizando únicamente el registro la carga y desplazamiento del punto de carga del ensayo, se determinan la tasa de liberación de energía  $J$  y el desplazamiento relativo en la punta de grieta  $\Delta$ , en función del avance de grieta equivalente, asumiendo que el desarrollo de la Zona de Proceso de Fractura (FPZ) es análogo a este avance.

Finalmente, representando  $J$  en función de  $\Delta$ , la ley cohesiva  $\tau = \tau(\Delta)$  se determina mediante derivación numérica.

## 2 Metodología

La tasa de Liberación de Energía ( $J$ ) se determina mediante la integral  $J$ , integral de contorno independiente de contorno adoptado para evaluarla, presentada por Rice [20]

$$J = \int_C \left( W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} dC \right) \quad (1)$$

Donde  $C$  es el camino de integración en sentido contrario a las agujas del reloj,  $W$  es la densidad de energía de deformación,  $T$  el vector tensión y  $u$  el vector de desplazamiento. Al elegir  $C$  cerca de la punta de la grieta,  $T$  es nulo [20,21] y la Eq. (1) se convierte en:

$$J = \int_C W dy = \int_0^{\Delta} \tau d\Delta \quad (2)$$

Donde  $\tau$  es tensión cohesiva y  $\Delta$  es el desplazamiento total en la punta de la grieta

Se utiliza el ensayo de *Mixed Mode Bending* MMB para analizar la fractura interlaminar en modo mixto.

El ensayo MMB es una combinación del ensayo ENF y DCB (Figura 1). Consecuentemente, el sistema de carga y desplazamiento correspondiente al ensayo MMB se puede representar como la superposición de modo I y modo II puro. Las fuerzas correspondientes al modo I y modo II son:

$$P_I = \frac{3c - L}{4L} P \quad P_{II} = \frac{c + L}{L} P \quad (3)$$



El desplazamiento de la palanca

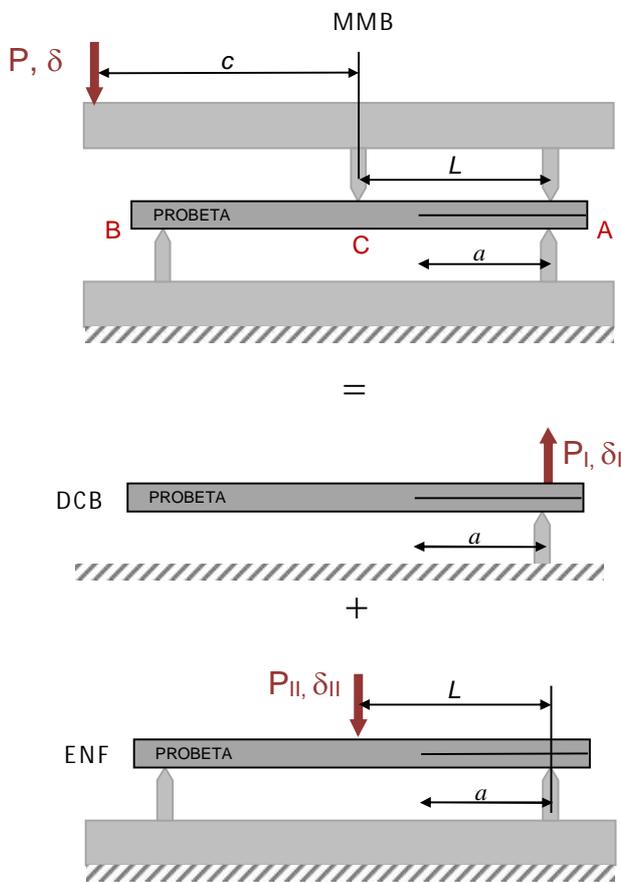
$$\delta = \delta_I \left[ \frac{3c-L}{4L} \right] + \delta_{II} \left[ \frac{c+L}{L} \right] \quad (4)$$

De manera que la flexibilidad de total es

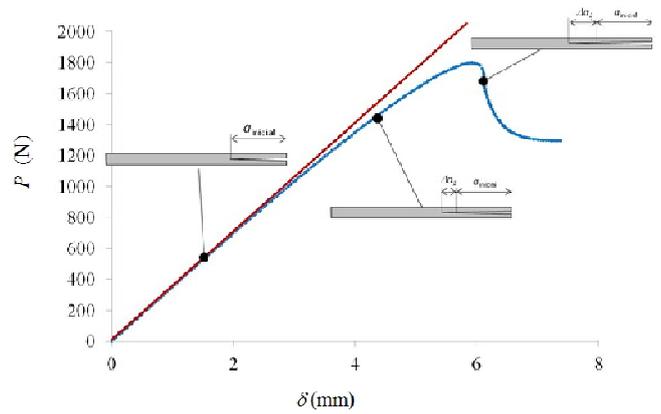
$$C = \frac{\delta}{P} = C_I \left[ \frac{3c-L}{4L} \right]^2 + C_{II} \left[ \frac{c+L}{L} \right]^2 \quad (5)$$

donde  $C_I = \frac{\delta_I}{P_I}$        $C_{II} = \frac{\delta_{II}}{P_{II}}$

Sustituyendo las expresiones obtenidas en trabajos previos para la flexibilidad en Modo I [22] y Modo II [23] e igualando la expresión a la flexibilidad experimental, obtendremos la grieta equivalente  $a_e$  mediante un método iterativo.



**Figura 1.** Configuración de ensayo MMB. Superposición de un ensayo ENF y DCB



**Figura 2.** Definición del sistema equivalente para cada punto del ensayo MMB.

Asumiendo que el desarrollo de la zona de proceso de fallo es análogo al avance de grieta equivalente determinado por la variación de la flexibilidad, se determinan las rotaciones en los puntos de aplicación de carga y se obtiene la tasa de liberación de energía [14]

$$J = J_I + J_{II} \quad (6)$$

$$J_I = \frac{2P_I}{w} [\theta_{AI}] \quad J_{II} = \frac{P_{II}}{2w} [\theta_{AII} - 2\theta_{CII} + \theta_{BII}]$$

El desplazamiento relativo total en la punta de la grieta se determina como la norma euclídea del desplazamiento relativo de apertura (modo I) [18] y tangencial (modo II) [19], determinados en función del avance de grieta equivalente.

$$\Delta = \sqrt{\Delta_n^2 + \Delta_t^2} \quad (7)$$

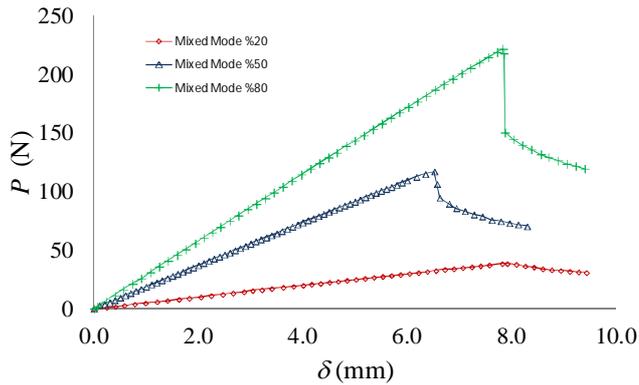
Según la Eq. (2) si la relación entre  $J$  y  $\Delta$  es conocida, suponiendo que  $J$  es una diferencial exacta, la ley cohesiva se puede obtener de acuerdo a:

$$\tau(\Delta) = \frac{\partial J}{\partial \Delta} \quad (8)$$

### 3 Resultados

Los datos de carga desplazamiento que se han utilizado para realizar la validación numérica del método propuesto se han obtenido de la publicación de Turón et al. [24] y se muestran en la figura 3. Las curvas corresponden a ensayos virtuales MMB para ratios de modo mixto de %20, %50 y %80.





**Figura 3.** Curvas Carga-Desplazamiento de ensayos virtuales MMB para ratios de modo mixto de %20, %50 y %80 publicados por Turón et al [24].

Las muestras simuladas son de 150 mm de largo, 20 mm de ancho, con dos brazos de 1,55 mm de espesor, con una longitud inicial de grieta de 35 mm. Se utiliza una rigidez inicial de  $k_p = 10^6$  N/mm<sup>3</sup>. En la tabla 1 se muestran las propiedades del material

Tabla 1: Propiedades del material

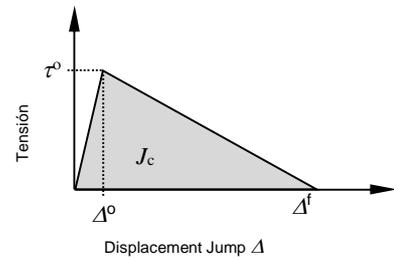
$E_{11}$ (GPa)	$E_{22}=E_{33}$ (GPa)	$G_{12}=G_{13}$ (GPa)	$G_{23}$ (GPa)	$\nu_{12}=\nu_{13}$	$\nu_{23}$
120.0	10.5	5.25	3.48	0.3	0.5
$\sigma_n$ (MPa)	$\tau_t$ (MPa)	$J_{Ic}$ N/mm	$J_{IIc}$ N/mm	$\eta$	
30	58.9	0.260	1.002	2	

Para poder obtener los ratios de modo mixto deseados, la longitud de aplicación de carga  $c$  se ajusta según [25]. Los ratios de modo mixto  $B$  de %20, %50 y %80 se obtienen ajustando la distancia  $c$  de la palanca en 149.05 mm, 63.18 mm y 41.06 mm, respectivamente.

Los datos de las leyes cohesivas de entrada, que se muestran en la siguiente tabla, se obtienen sustituyendo los valores correspondientes a los ratios de modo mixto fijos de %20, %50 y %80 en las expresiones definidas en [8] donde se aplica el criterio de Benzeggagh y Kenane siendo  $\eta$  es el parámetro de interacción de modo mixto y  $B$  el ratio de modo mixto.

Tabla 2: Leyes cohesivas de entrada correspondientes a ratios de modo mixto de %20, %50 y %80

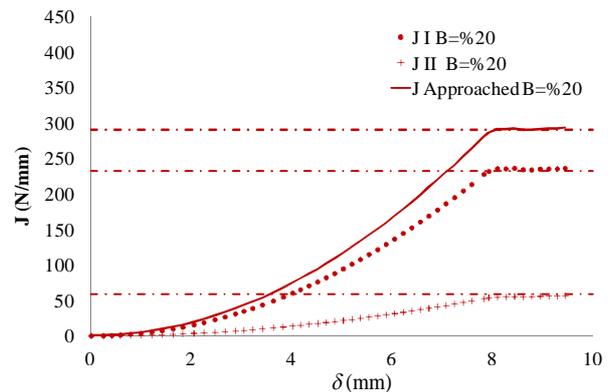
$B$	$J_c$ (N/mm)	Tensión (MPa)	$\Delta_0$ (mm)	$\Delta_f$ (mm)
%20	0.2897	31.67	$3 \cdot 10^{-5}$	0.0183
%50	0.4455	39.27	$4 \cdot 10^{-5}$	0.0227
%80	0.7349	50.44	$5 \cdot 10^{-5}$	0.0291



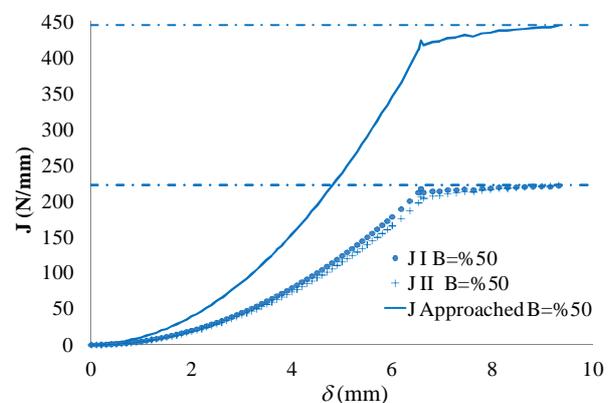
**Figura 4.** Leyes cohesivas que describen las ecuaciones constitutivas del Modelo de zona cohesiva

De acuerdo al procedimiento propuesto, la Tasa de Liberación de Energía  $J$  se obtienen para cada punto del ensayo sustituyendo en la Eq. (6) las rotaciones en los puntos de aplicación de carga determinados en función del correspondiente avance de grieta equivalente determinado utilizando únicamente datos de carga y desplazamiento de la máquina.

En las siguientes figuras se muestra la evolución de  $J$  con el desplazamiento del punto de carga  $\delta$ . La  $J$  determinada mediante el método propuesto correspondiente a cada modo se compara con los resultados esperados correspondientes a ratios de modo mixto fijos de %20, %50 y %80.

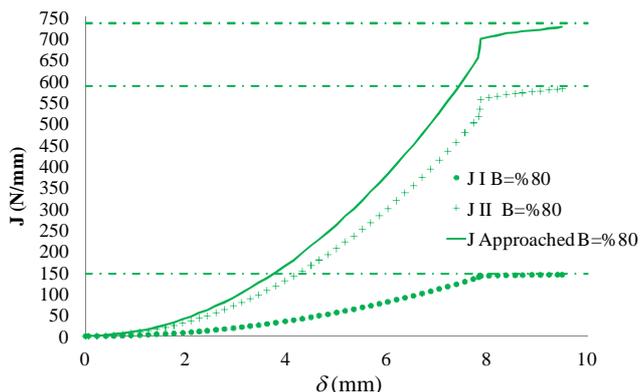


(a)



(b)



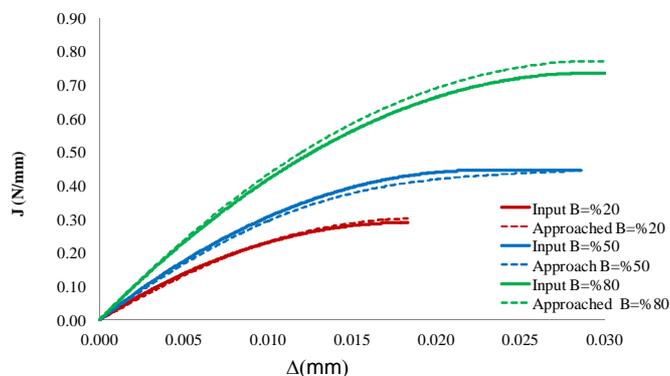


(c)

**Figura 5.** Evolución de la tasa de liberación de energía correspondiente a cada modo de fractura para ratios de modo mixto de a) %20, b) %50 y c) %80

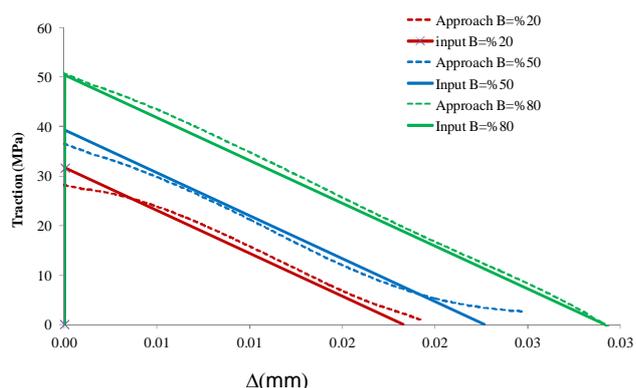
El Desplazamiento Relativo total en la punta de grieta  $\Delta$  se obtienen para cada punto del ensayo sustituyendo en la Eq. (7) el desplazamiento relativo de apertura  $\Delta_n$  [18] y el tangencial  $\Delta_t$  [19], determinados en función del avance de grieta equivalente.

La Fig 4. Se muestra la curva  $J-\Delta$  que corresponde a ratios de modo mixto de %20, %50 y %80



**Figura 6.** Evolución  $J-\Delta$  para ratio de modo mixto de %20, %50 y %80.

Según la Eq. (2) si la relación entre  $J$  y  $\Delta$  es conocida, se obtienen las leyes cohesivas mediante derivación numérica Eq. (8).



**Figura 7.** Ley cohesiva para ratio de modo mixto de %20, %50 y %80.

## 4 Conclusiones

En el presente trabajo se propone un método para la determinación de la ley cohesiva en modo mixto para uniones adhesivas de pequeño espesor.

La aproximación propuesta, se basa en la correlación entre la tasa de liberación de energía desarrollada ( $J$ ) en función del desplazamiento relativo de la punta de grieta ( $\Delta$ ).

La Curva de Resistencia se determina obteniendo  $J$  en función del avance de grieta cuya determinación se basa en la variación de la flexibilidad de la probeta debido al avance del daño.

El desplazamiento relativo de la punta de la grieta se determina en función del avance de grieta equivalente suponiendo que el desarrollo de la Zona de Proceso de Fractura es análogo a un avance grieta.

Finalmente, representando la tasa de liberación de energía y el desplazamiento relativo de la punta de la grieta determinados, la ley cohesiva experimental se determina por diferenciación numérica.

El método propuesto proporciona una manera sencilla de obtener la ley cohesiva utilizando únicamente datos de desplazamiento y carga proporcionados por la máquina de ensayo universal, sin necesidad de ninguna medición de desplazamiento externo y sin asumir ninguna forma de la ley cohesiva.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad del País Vasco (UPV/EHU) la financiación del Grupo de Investigación Mecánica de Materiales GIU 16/51 en la convocatoria de 2016.



## Referencias

- [1] T.A Barnes, I.R. Pashby, *Journal of Materials Processing Technology*, **99**, pág. 72-79 (2000).  
[https://doi.org/10.1016/S0924-0136\(99\)00361-1](https://doi.org/10.1016/S0924-0136(99)00361-1)
- [2] M. Fernando, WW. Harjoprayitbi, AJ. Kinloch, *International Journal of Adhesion and Adhesives* **16**, 2, pág. 113-119, (1996). [https://doi.org/10.1016/0143-7496\(96\)89799-5](https://doi.org/10.1016/0143-7496(96)89799-5)
- [3] J.Jumel, MK. Budzik, N Ben Salem, MER Shanahan, *International Journal Of Solids an Structures*, **50**, 2, pág. 297-309, (2013). <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2012.08.028>
- [4] G. Fernlund, JK. Spelt, *Composites Science and Technology*, **50**, 4, pag. 441-449, (1994). [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(94\)90052-3](https://doi.org/10.1016/0266-3538(94)90052-3)
- [5] LFM da Silva, PJC das Neves, RD Adams, JK Spelt, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, **29**, 3, pág. 319-330, (2009).  
<https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2008.06.005>
- [6] RQ. Rodríguez, W. Portilho de Paiva, P. Sollero, MRB. Rodrigues, E. Lima de Albuquerque, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, **37**, pág. 26-36, (2012)  
<https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2012.01.009>
- [7] BRK Blackman, AJ Kinloch, M Paraschi. *Engineering Fracture Mechanics*, **72**, pág. 877-897, (2005)  
<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2004.08.007>
- [8] WS. Kim, JJ. Lee, *Engineering Fracture Mechanics*, **76**, 12, pág. 1785-1799, (2009)  
<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2009.03.014>
- [9] MV. Fernández, MFSF de Moura, LFM. da Silva, AT. Marques, *Composite Structures*, **95**, pág. 222-226, (2013)  
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.07.031>
- [10] H. Osnes, D. McGeorge, *Composites Part B: Engineering*, **40**, pág. 29-40, (2009)  
<https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2008.07.002>
- [11] GI. Barenblatt, *Advances in Applied Mechanics*, **7**, pág. 55-129, (1962) [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70121-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70121-2)
- [12] DS. Dugdale, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **8**, 2, pág.100-104, (1960) [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(60\)90013-2](https://doi.org/10.1016/0022-5096(60)90013-2)
- [13] K. Leffler, KS. Alfredsson, U. Stigh, *International Journal of Solids and Structures*, **44**, pág. 530- 545, (2007)  
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2006.04.036>
- [14] C. Sarrado, A. Turon, J. Costa, J. Renart, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **90**, pág. 234-242 (2016)  
<https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2016.07.004>
- [15] T. Andersson, U. Stigh, *International Journal of Solids and Structures*, **41**, 2, pág. 413-434, (2004)  
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2003.09.039>
- [16] G. Ji, Z. Ouyang, G. Li, S. Ibeke, SS. Pang, *International Journal of Solids and Structures*, **47**, 18-19, pág. 2445-2458, (2010) <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.05.006>
- [17] JR. Reeder, JH Crews, *AIAA Journal*, **28**, 7, pág. 1270-1276 (1998)
- [18] A. Arrese, A. Boyano, J. de Gracia, F. Mujika, *Composites Science and Technology*, **152**, pág. 76- 84, (2017)  
<https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2017.09.012>
- [19] A. Arrese, N. Insausti, F. Mujika, M. Perez-Galmés, J. Renart, *Composites Science and Technology*, **170**, pág. 42-50, (2019)  
<https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2018.11.031>
- [20] JR. Rice, *Journal of Applied Mechanics*, **35**, 2, pág. 379-386, (1968) <https://doi.org/doi:10.1115/1.3601206>
- [21] Z. Suo, G. Bao, B. Fan, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **40**, 1, pág. 1-16, (1992)  
[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(92\)90198-B](https://doi.org/10.1016/0022-5096(92)90198-B)
- [22] J. de Gracia, A. Boyano, A. Arrese, F. Mujika, *Engineering Fracture Mechanics*, **135**, pág. 274-285, (2015)  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.01.016>
- [23] A. Arrese, N. Carbajal, G. Vargas, F. Mujika, *Engineering Fracture Mechanics*, **77**, 1, pág. 51-70, (2010)  
<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2009.09.008>
- [24] A. Turon, PP. Camanho, J. Costa, J. Renart, *Composite Structures*, **92**, 8, pág. 1857-1864, (2010)  
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.01.012>
- [25] N. Blanco, A. Turon, J. Costa, *Composites Science and Technology*, **66**, 10, pág.1256-1258, (2006)  
<https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2005.10.028>

