

TRATAMENTO DO PROBLEMA DE CONTATO-IMPACTO ENTRE CORPOS FLEXÍVEIS EM GRANDES DEFORMAÇÕES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

E. BITTENCOURT

e

G.J. CREUS

*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional (CEMACOM)
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil (CPGEC)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Av. Osvaldo Aranha, 99, 3o andar, Porto Alegre, RS, Brasil
E-mail: Bitten@cesup.ufrgs.br ou Creus@vortex.ufrgs.br*

SUMÁRIO

O tratamento do problema de contato entre corpos flexíveis foi implementado no módulo METAFOR⁴, que permite o tratamento de problemas de conformação mecânica. O presente algoritmo emprega o método da penalidade para o cálculo de forças de contato. Os elementos de contato são percorridos duas vezes em cada passo de tempo para que seja assegurada a detecção de todas as formas de interpenetração. O algoritmo apresentou-se extremamente robusto. Um exemplo de impacto entre um tubo e uma placa é mostrado.

SUMMARY

The treatment of the contact problem between flexible bodies has been implemented in the METAFOR modulus⁴, which allows the treatment of metal forming problems. The described algorithm uses the penalty method for the calculation of the contact forces. The contact elements are checked twice at each time step to assure the detection of all forms of penetration. The algorithm demonstrated to be extremely robust. An example of impact between a tube and a plate is given.

Recibido: Enero 1995

INTRODUÇÃO

Os primeiros algoritmos de contato consideravam um dos corpos em contato como rígido. Esta é uma aproximação ainda muito usada e útil em problemas de conformação mecânica, onde, de fato, a matriz é muito mais rígida que o corpo que se deforma. No entanto isto impede o cálculo de tensões na matriz. Por outro lado, na maior parte dos casos de impacto os corpos em contato sofrem deformações importantes de sorte que a aproximação de um corpo rígido não é mais possível. Neste último caso é ainda possível o contato do corpo com ele mesmo (fenômeno normalmente denominado de *auto-contato*), sobretudo quando se chega até a pós-flambagem.

Estas limitações motivaram o desenvolvimento de um modelo de elementos finitos capaz de considerar o contato entre dois ou mais corpos flexíveis. O desenvolvimento que foi feito é limitado ao caso bidimensional explícito (a solução no tempo é obtida pelo método das diferenças centrais, empregando-se uma matriz de massa diagonalizada).

Algoritmos de contato com objetivo similar foram propostos por Benson e Hallquist², Belytschko e Neal¹, Zhong⁵, entre outros.

DEFINIÇÃO DAS SUPERFÍCIES ALVO E ESCRAVA

Uma das superfícies em contato é denominada *escrava* (do inglês 'slave surface') e a outra é denominada *alvo* ('master surface'). As forças de contato são calculadas projetando os nós que pertencem à superfície escrava (ou nós escravos) sobre a superfície alvo. Este procedimento simples porém, pode levar à resultados falsos, como se vê na Figura 1 onde o contato não é detectado já que os nós escravos não tocam o elemento alvo.

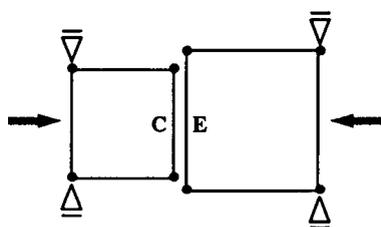


Figura 1. C-Superfície alvo; E-Superfície escrava

Alguns trabalhos sugerem que a discretização mais fina entre as duas superfícies seja tomada como escrava². Isto pode evitar problemas no início do cálculo, mas como se está trabalhando no domínio das grandes deformações, não se pode prever qual será a malha mais fina no final do processo. O problema pode ser resolvido mudando a atribuição de superfície alvo e escrava cada vez que se calcule as forças de contato. Isto quer dizer que dois passos são feitos: O elemento que é alvo num primeiro passo, será escravo no segundo e vice-versa. Este procedimento, nomeado *duplo passe*, será aqui empregado.

ALGORITMO DE PESQUISA DO CONTATO

Normalmente pode-se dividir o algoritmo de pesquisa do contato em duas partes: A pesquisa a nível global e a pesquisa a nível local. A primeira etapa é em geral aquela em que pode-se ter um maior ganho através do uso de algoritmos especiais.

Pesquisa a nível global

O objetivo da pesquisa a nível global é encontrar quais são os elementos alvos candidatos ao contato com um nó escravo pré-definido. A forma mais segura de fazê-lo é passar em revista todos os elementos (ou nós) alvos. Este tipo de algoritmo é chamado do inglês de 'brute force algorithm'. Normalmente a pesquisa pode ser feita de duas formas diferentes

- a) Calculando a distância entre o nó escravo e os nós alvos ('nearest neighbour'). Os nós alvos candidatos ao contato são aqueles cuja a distância calculada é menor.
- b) Definindo *caixas* em torno de cada elemento alvo. Estas caixas são calculadas utilizando as coordenadas máximas e mínimas dos nós associados ao elemento mais uma tolerância (Figura 2). Se a caixa de um elemento contém o nó escravo, então este elemento é candidato ao contato com este nó. É possível ainda definir esferas no lugar das caixas¹.

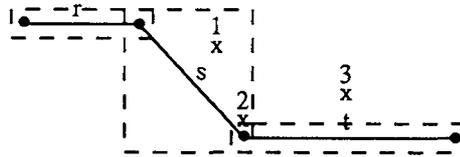


Figura 2. Elementos *s* and *t* são candidatos ao contato

O nó escravo 1 pode entrar em contato com o segmento alvo *s*; o nó 2 com os segmentos *s* e *t*. O nó 3 não pode entrar em contato.

Neste trabalho, será empregado o algoritmo "brute force" devido à sua robustez e simplicidade.

Pesquisa a nível local

Uma vez identificados os elementos alvos candidatos ao contato, deve-se agora confirmá-lo e calcular as forças de contato. As conectividades dos elementos são definidas de forma que o corpo fique à direita. Da Figura 3:

$$\mathbf{X}_e = \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} \tag{1}$$

são as coordenadas do nó escravo *e*

$$\mathbf{X}_{ci} = \begin{bmatrix} x_{ci} \\ y_{ci} \end{bmatrix} \tag{2}$$

são as coordenadas do nó *alvo* do elemento alvo ($i = 1,2$), e

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

é a tangente ao segmento alvo.

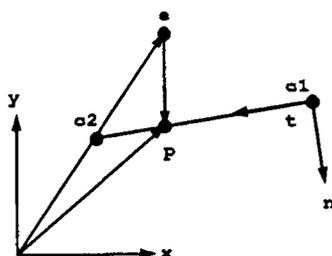


Figura 3. C_1, C_2 definem elemento de contato

Numa primeira etapa, deve-se determinar a projeção \mathbf{P} do nó escravo sobre o elemento. Sabe-se à priori que a direção de projeção do nó é perpendicular a direção tangente ao elemento alvo. Assim a condição seguinte deve ser satisfeita

$$(\mathbf{P} - \mathbf{X}_e) \cdot \mathbf{T} = 0 \quad (4)$$

onde

$$\mathbf{P} = \Phi_i \mathbf{X}_{ci} \quad (5)$$

Φ_i são as funções de forma associadas aos nós dos elementos e valem

$$\Phi_1 = 1/2(1 - \epsilon) \quad (6)$$

$$\Phi_2 = 1/2(1 + \epsilon) \quad (7)$$

Substituindo equações 6 e 7 em 5 e o resultado em 4, obtém-se uma equação à uma só incógnita

$$\epsilon = \frac{t_1(2x_e - x_{c1} - x_{c2}) + t_2(2y_e - y_{c1} - y_{c2})}{-x_{c1}t_1 + x_{c2}t_1 - y_{c1}t_2 + y_{c2}t_2} \quad (8)$$

Se

$$-1 \leq \epsilon \leq 1 \quad (9)$$

o nó escravo e poderá ser projetado sobre o elemento. Esta é a *primeira condição de contato*.

Deve-se verificar ainda se o nó escravo está dentro do corpo alvo. Calcula-se então a normal exterior à cada elemento alvo candidato ao contato (Fig. 3). Evidentemente, se o nó penetrou o elemento, o produto escalar seguinte (10) é positivo, o que define a *segunda condição de contato*.

$$(\mathbf{P} - \mathbf{X}_e) \cdot \mathbf{n} > 0 \tag{10}$$

onde \mathbf{n} é o vetor normal externo ao elemento alvo.

Existem no entanto, dois casos particulares que devem ser previstos

Primeiro caso particular: O nó escravo está dentro de uma região côncava (Fig. 4)

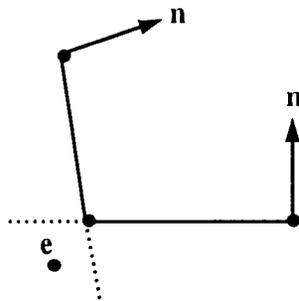


Figura 4. Nó dentro de uma região côncava

Aqui, apesar do nó escravo ter penetrado no corpo alvo, a primeira condição de contato não é satisfeita para as dois elementos alvos candidatos. Duas solução podem ser aqui empregadas: projetar o nó sobre um prolongamento dos segmentos ou então projetá-lo sobre o nó alvo mais próximo. Esta segunda opção, embora mais cara computacionalmente será aqui adotada devido a sua maior precisão.

Segundo caso particular: O nó escravo está dentro de uma região convexa (Fig. 5)

Aqui, ao contrário do caso precedente, existe duas opções de projeção. Escolhe-se então a superfície mais próxima do nó.

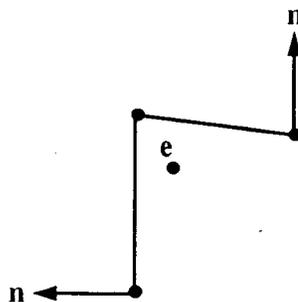


Figura 5. Nó dentro de uma região convexa

A última etapa é o cálculo de forças nos nós. Empregar-se-á aqui um procedimento simplificado no qual o contato é tratado como forças nodais. Com o auxílio do método da penalidade, pode-se escrever então que a força de contato sobre o nó escravo e vale (Figura 6)

$$F_{ne} = k_n G_n \quad (11)$$

onde G_n é a distância normal entre o nó escravo e a superfície alvo, calculada segundo a expressão

$$G_n = \| \mathbf{X}_e - \mathbf{P} \| \quad (12)$$

e ' k'_n ' é a penalidade.

As reações sobre os nós do elemento alvo valem (Fig. 6)

$$F_{nc1} = -1/2 F_{ne} (1 + \epsilon) \quad (13)$$

$$F_{nc2} = -1/2 F_{ne} (1 - \epsilon) \quad (14)$$

onde ϵ vem da expressão (8).

Observa-se que o cálculo da força normal de contato é feito de forma instantânea e em eixos locais, o que viabiliza o uso desta formulação em grandes deformações. Na montagem global de forças, é necessário ainda rotá-las aos eixos globais.

Abaixo é apresentado um exemplo elasto-plástico de impacto entre dois corpos flexíveis.

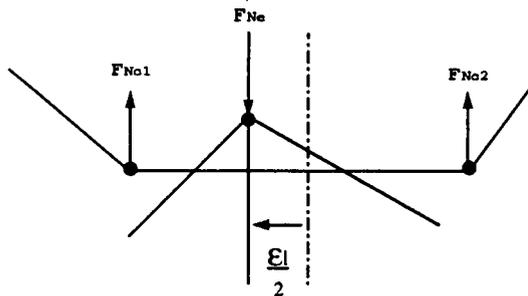


Figura 6. Forças nodais

EXEMPLO

O exemplo que será aqui analisado, consiste no impacto de um tubo e uma placa em estado plano de deformação, como mostra a Figura 7 e foi originalmente proposto por Zhong (1990).

A discretização do problema é dada na Figura 8 e Figura 9. 40 elementos foram empregados para o tubo e 360 elementos foram utilizados para a placa. (Os elementos são isoparamétricos lineares de 4 nós). O material do tubo e da placa é o mesmo, e suas características são dadas abaixo

$$E = 200 \text{ GPa (Módulo de Young)}$$

$$\nu = 0.3 \text{ (Coeficiente de Poisson)}$$

$$\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3 \text{ (Peso específico)}$$

$$\sigma_y = 100 \text{ MPa (Tensão de escoamento)}$$

$$H = 50 \text{ GPa (Módulo de endurecimento)}$$

O cilindro tem uma velocidade inicial de -50 m/s na direção y , enquanto que a placa tem a mesma velocidade na direção oposta. A penalidade empregada vale $k_n = 3.5 \times 10^{11}$.

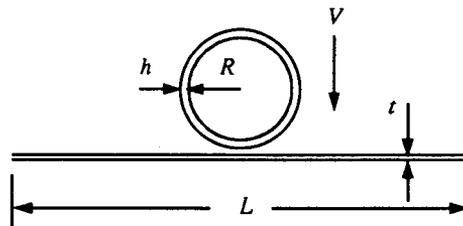


Figura 7. Geometria da placa e tubo: $R = 0.097 \text{ m}$; $h = 0.006 \text{ m}$; $L = 1.2 \text{ m}$; $t = 0.003 \text{ m}$



Figura 8. Discretização em elementos finitos

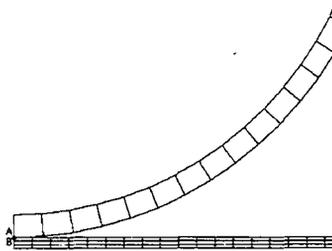


Figura 9. "Zoom" da zona de contato

As Figuras 10 e 11, demonstram a evolução da deformada das duas peças.

Um elemento de contato rígido (invisível na figura) foi colocado para que se evitasse que a placa ultrapassasse a linha de simetria. Assim foi possível simular o problema discretizando apenas a metade da estrutura.

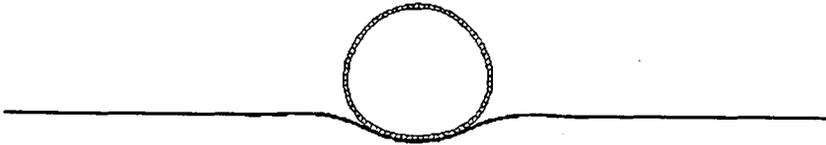


Figura 10. Deformada (tempo 0.001 sec.)

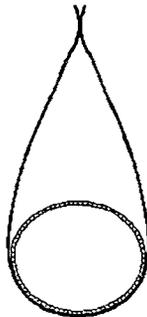


Figura 11. Deformada (tempo 0.008 sec.)

Observa-se que a deformação que o cilindro sofre no início do impacto é predominantemente elástica (Figura 12), pois nas etapas subsequentes existe uma

recuperação da sua forma circular. A Figura 12 compara a evolução dos pontos A e B (Figura 9). Observa-se que começa a haver um rebote no impacto após um tempo de impacto de aproximadamente 0.0075 segundos. Ou seja, no final do impacto a energia cinética da placa torna-se predominante frente a do cilindro⁵.

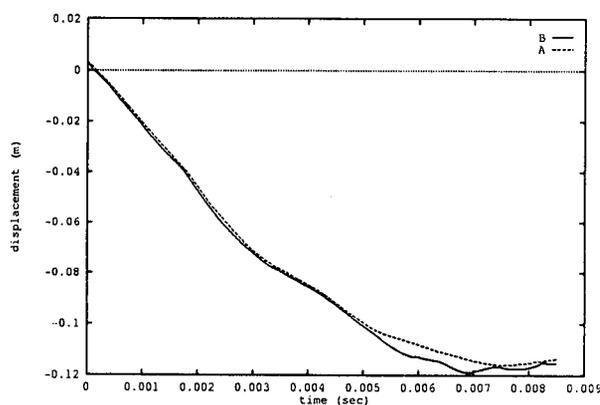


Figura 12. Posição dos nós A e B (m) durante impacto

CONCLUSÕES

O algoritmo de contato empregado, com duplo passe e prevendo situações em que o nó escravo situa-se próximo de arestas, demonstra ter uma característica fundamental: A robustez. Algoritmos menos elaborados, embora mais rápidos, normalmente apresentam casos particulares em que não funcionam. Além disto a aplicação deste algoritmo ao caso de cascas é imediata. Outros casos, e sua extensão para o caso tri-dimensional, podem ser encontrados em Bittencourt³.

REFERÊNCIAS

1. T. Belytschko and M.O. Neal, "Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and lagrangian methods", *International Journal for Numerical Methods and Eng.*, Vol. **31**, pp. 547-572, (1991).
2. D.J. Benson and J. O. Hallquist, "A Single surface contact algorithm for the post buckling analysis of shell structures", *Computer Methods in Applied Mechanics Eng.*, Vol. **78**, pp. 141-163, (1990).
3. E. Bittencourt, "Treatment of contact-impact problems in large deformations by the finite element method", *Doctoral thesis*, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil (em português), (1994).
4. J.P. Ponthot and M. Hogge, "The use of Eulerian- Lagrangian FEM metal forming including contact and adaptive mesh", *Proceedings ASME Winter Annual Meeting*, pp. 1-16, (1991).
5. Z.H. Zhong, "*Finite element procedures for contact- impact problems*", Oxford University Press, New York, (1993).