

MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA MATERIALES ORTÓTROPOS

BIBIANA M. LUCCIONI

y

P.E. MARTÍN

*Laboratorio de Estructuras
Fac. Ciencias Exactas y Tecnología, UNT
A. Roca 1800, CC. 134, Correo Central
4000 S.M. de Tucumán, Argentina
Fax: + 54-81-364087*

RESUMEN

En este trabajo se propone un modelo elastoplástico para la simulación del comportamiento de materiales ortótropos muy generales del tipo de la mampostería de ladrillos. Este tipo de materiales presenta una gran diferencia de resistencias en las direcciones principales de anisotropía y además dicha diferencia varía según se trate de procesos de tracción o compresión o cualquier otra combinación de tensiones. El modelo que se presenta permite definir este tipo general de anisotropía inicial del material y a la vez tener en cuenta la evolución de la anisotropía a medida que avanza el proceso elastoplástico.

El modelo es una generalización de la teoría de plasticidad clásica para el tratamiento de materiales anisótropos. Supone la existencia de dos espacios: el espacio anisótropo real y un espacio isótropo ficticio. Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante un tensor de transformación que tiene en cuenta la anisotropía y depende del estado tensional. El problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio lo cual permite utilizar funciones de fluencia standard desarrolladas para materiales isótropos.

ELADTOPLASTIC MODEL FOR ORTHOTROPIC MATERIALS

SUMMARY

A general orthotropic model adequate for the analysis of complex anisotropic materials like masonry is presented. The model takes into account the differences between strength in the principal directions of anisotropy and how these differences vary with the type of process, i.e., tension, compression or any other combination of stress. In this way a general type of initial anisotropy can be defined. The model can also take into account the evolution of anisotropy during the elastoplastic process.

The proposed model comes from a generalisation of classical isotropic theory of plasticity and assumes the existence of two spaces: a real anisotropic space and a fictitious isotropic space. The stress tensors in both spaces are related through a transformation tensor that takes into account the anisotropy and depends on the stress state. The problem is solved in the fictitious isotropic space. This allows to use well known yield functions developed for standard isotropic materials.

Recibido: Febrero 1997

INTRODUCCIÓN

Muchos materiales exhiben un comportamiento marcadamente direccional. La simulación del comportamiento de este tipo de materiales es un problema de gran complejidad. Existen básicamente dos tipos de enfoques para simular el comportamiento elastoplástico de este tipo de materiales: formular funciones de fluencia para sólidos anisótropos¹ o simular el comportamiento del sólido anisótropo real mediante un sólido ficticio isótropo^{2,3}.

Hill¹ fue quien formuló el primer criterio de fluencia para materiales anisótropos, extendiendo el criterio de fluencia de Von Mises al caso de materiales ortótropos. Otros autores⁴ propusieron diferentes modificaciones al criterio original de Hill. Todos estos modelos fueron principalmente desarrollados para metales y su principal inconveniente es su incapacidad para simular el comportamiento mecánico de geomateriales, madera, fibras y materiales compuestos.

La idea de trabajar con un sólido isótropo fue introducida por Betten quien empleó este tipo de enfoque para simular plasticidad y creep de materiales anisótropos^{2,3}. En trabajos anteriores^{5,6,7,8} se utilizó esta idea para simular el comportamiento de materiales elastoplásticos inicialmente anisótropos. En los mismos se supone la existencia de dos espacios: un espacio anisótropo real y un espacio isótropo ficticio. El problema se resuelve siempre en el espacio isótropo ficticio utilizando funciones de fluencia originalmente desarrolladas para materiales isótropos. Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación lineal. El tensor de transformación contiene toda la información sobre la anisotropía inicial del material, es independiente del tipo de carga y se mantiene constante a medida que evoluciona el proceso elastoplástico.

Existen, sin embargo, muchos materiales, como la mampostería de ladrillos, cuyo comportamiento es bastante más complejo que el que puede describirse mediante estos modelos. En este tipo de materiales el grado de anisotropía o la relación entre resistencias en distintas direcciones, depende del tipo de estado tensional: compresión, tracción u otra combinación de tensiones y, a su vez, evoluciona a lo largo del proceso elastoplástico.

En este trabajo se presenta una generalización de los modelos antes desarrollados^{5,6,7,8} que permite tener en cuenta las características de anisotropía descritas. Al igual que en los modelos anteriores, se resuelve el problema en un espacio isótropo ficticio. La diferencia es que los tensores de tensión en el espacio isótropo ficticio y en el espacio anisótropo real no están relacionados mediante una transformación lineal, sino que el tensor de transformación es función del tipo de estado tensional y evoluciona con el proceso elastoplástico.

En primer lugar se presenta el concepto de mapeo de tensiones y se define el tensor de transformación, a continuación se desarrollan las ecuaciones fundamentales del modelo, luego se esquematiza el proceso de cálculo.

Por último se presenta la aplicación del modelo propuesto a la simulación del comportamiento de un panel de mampostería de ladrillos como un único material homogéneo anisótropo. Se muestran las superficies de fluencia obtenidas y la comparación de los resultados numéricos con los obtenidos experimentalmente.

MODELO ELASTOPLÁSTICO PARA MATERIALES ANISÓTROPOS

Transformación de espacios

El modelo parte de la hipótesis de que existen dos espacios^{2,3,5,6,7,8}: a) un espacio anisótropo real y b) un espacio ficticio isótropo (Figura 1). El problema se resuelve en el espacio isótropo ficticio lo que permite utilizar modelos elastoplásticos desarrollados para materiales isótropos.

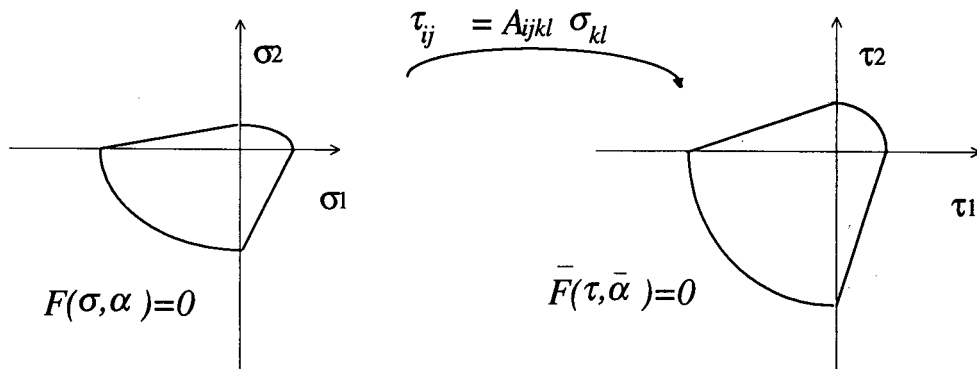


Figura 1. Transformación de Espacios

Los tensores de tensión en ambos espacios están relacionados mediante una transformación del tipo

$$\tau_{ij} = A_{ijkl}(\sigma, \kappa^p) \sigma_{kl} \tag{1}$$

donde τ_{ij} y σ_{kl} son los tensores de tensión en los espacios (a) y (b) respectivamente y A_{ijkl} es un tensor de transformación de cuarto orden que contiene la información sobre la anisotropía de resistencia. En el caso más general, este tensor es función del tipo de estado tensional y de la evolución del proceso elastoplástico. En este trabajo se propone para el mismo la siguiente expresión:

$$A_{ijmn} = S_{klmn} A_{ijkl}^t(\kappa^p) + (I_{klmn} - S_{klmn}) A_{ijkl}^c(\kappa^p) \tag{2}$$

donde I_{klmn} es el tensor de identidad de orden 4. Los tensores $A_{ijkl}^t(\kappa^p)$ y $A_{ijkl}^c(\kappa^p)$ son los tensores de transformación correspondientes a procesos de tracción y compresión simple y son funciones de la variable de daño plástico κ^p ref.^{5,9,10} que hace las veces de variable de endurecimiento plástico isótropo. Para un dado estado termodinámico, identificado a través de la variable de daño plástico κ^p , los tensores $A_{ijkl}^t(\kappa^p)$ y $A_{ijkl}^c(\kappa^p)$ se calculan a partir de los valores de las funciones tensoriales de endurecimiento en procesos de tracción y compresión simple:

$$A_{ijkl}^t(\kappa^p) = \bar{f}_{ij}^t(\kappa^p) f_{kl}^t(\kappa^p)^{-1}; \quad A_{ijkl}^c(\kappa^p) = \bar{f}_{ij}^c(\kappa^p) f_{kl}^c(\kappa^p)^{-1} \tag{3}$$

donde \bar{f}_{ij}^t y f_{kl}^t son las funciones tensoriales de endurecimiento en tracción en los espacios isotrópico ficticio y anisótropo real respectivamente y \bar{f}_{ij}^c y f_{kl}^c son las funciones tensoriales de endurecimiento en compresión en los espacios isotrópico ficticio y anisótropo real respectivamente. Todos estos tensores dependen de la evolución del proceso plástico a través de la variable de daño plástico κ^p y deben estar referidos al sistema de coordenadas global. En el caso de materiales ortótropos, si se toma como referencia las direcciones principales de anisotropía, estos tensores son diagonales. Los elementos de la diagonal son los valores de la función de endurecimiento en dichas direcciones. Para poder calcular $A_{ijkl}^t(\kappa^p)$ y $A_{ijkl}^c(\kappa^p)$ mediante las ecuaciones (3), se debe rotar dichos tensores diagonales al sistema de referencia global.

El tensor S_{klmn} tiene en cuenta el tipo de estado tensional y se calcula como

$$S_{klmn} = \delta_{kr}\delta_{ls}\delta_{mr}\delta_{ns} \frac{|\sigma_{rs}| + \sigma_{rs}}{2\sigma_{rs}} \quad (4)$$

El proceso elastoplástico en el espacio isotrópico ficticio se describe mediante el modelo de daño plástico modificado⁵, el cual constituye una generalización de la teoría clásica de plasticidad para poder tener en cuenta algunos aspectos fundamentales del comportamiento de geomateriales.

El umbral de comportamiento elástico se define mediante una función de fluencia^{5,6,7,8}

$$F(\sigma_{ij}; \alpha_k) = \bar{F}(\tau_{ij}; \bar{\alpha}_k) = 0 \quad (5)$$

donde F y \bar{F} designan las funciones de fluencia en los espacios anisótropo real e isotrópico ficticio y α_k y $\bar{\alpha}_k$ son variables internas correspondientes a dichos espacios.

La transformación de espacios definida por la ecuación (1) permite utilizar funciones de fluencia \bar{F} definidas para materiales isotrópicos en el espacio isotrópico ficticio. Debe notarse que dicho espacio es isotrópico en cuanto a resistencia pero no necesariamente respecto a otras propiedades como la rigidez elástica, por ejemplo.

Ley constitutiva secante

La ley constitutiva secante se escribe como

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl}^e \quad (6)$$

donde C_{ijkl} es el tensor de rigidez elástica en el espacio anisótropo real y ϵ_{kl}^e el tensor de deformaciones elásticas. Esta misma ley se puede escribir como

$$\tau_{ij} = A_{ijkl} \sigma_{kl} = A_{ijkl} C_{klmn} \epsilon_{mn}^e = \bar{C}_{ijmn} \epsilon_{mn}^e \quad (7)$$

donde $\bar{C}_{ijmn} = A_{ijkl} C_{klmn}$ es el tensor de rigidez elástica en el espacio isotrópico ficticio y las deformaciones elásticas son idénticas en ambos espacios.

Flujo plástico

La deformación plástica en el espacio real se calcula mediante la regla del flujo

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \tag{8}$$

donde G es la función de potencial definida en el espacio de tensiones reales. En lugar de trabajar con esta función que debe ser anisótropa, se puede trabajar con una función de potencial \bar{G} definida en el espacio isótropo ficticio tal que

$$G(\sigma_{ij}, \alpha_k) = \bar{G}(\tau_{ij}, \bar{\alpha}_k) \tag{9}$$

La ecuación (8) se escribe entonces

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} H_{klij} = \dot{\lambda} R_{ij} \tag{10}$$

donde

$$H_{klij} = \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial (A_{klmn} \sigma_{mn})}{\partial \sigma_{ij}} = A_{klij} + \frac{\partial A_{klmn}}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{mn} \tag{11}$$

De manera análoga la ley de evolución de las variables internas se escribe como

$$\dot{\alpha}_m = \dot{\bar{\alpha}}_m = \dot{\lambda} h_{ij}^m \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} h_{ij}^m \frac{\partial \bar{G}}{\partial \tau_{kl}} \frac{\partial \tau_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda} h_{ij}^m R_{ij} \tag{12}$$

Variable de daño plástico

Entre todas las variables internas, merece especial atención la denominada variable de daño plástico κ^p ya que la misma sirve como variable de endurecimiento plástico y permite la actualización del tensor de transformación de espacios.

En el modelo de daño plástico modificado para materiales isótropos^{5,9,10} se define la variable de daño plástico κ^p adimensionalizando el trabajo plástico de manera de obtener una magnitud que varíe entre 0 y 1 cualquiera sea el proceso de carga. Así resultan

$$\kappa_t^p = \frac{\int \sigma_t \dot{\epsilon}^p dt}{g_t} \quad \text{para tracción simple} \tag{13}$$

$$\kappa_c^p = \frac{\int \sigma_c \dot{\epsilon}^p dt}{g_c} \quad \text{para compresión simple} \tag{14}$$

donde g_t y g_c son las energías disipadas por unidad de volumen en procesos de tracción y compresión simple. Para un proceso cualquiera

$$\dot{\kappa}^p = \left[\frac{r}{g_f^*} + \frac{(1-r)}{g_c^*} \right] \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p \tag{15}$$

donde

$$r = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|} \quad \langle \sigma_i \rangle = \frac{1}{2} [\sigma_i + |\sigma_i|] \quad (16)$$

$$g_f^* = \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i| R^o}{\bar{\sigma}} g_f^p \quad g_c^* = \frac{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}{\bar{\sigma}} g_c^p \quad (17)$$

y los σ_i representan las tensiones principales.

Tratándose de materiales ortótropos los valores de g_t y g_c varían según la dirección considerada. En principio, se tienen tres pares de valores distintos correspondientes a cada una de la direcciones principales de anisotropía. En este caso, se utilizan las ecuaciones (15), (16) y (17) para calcular κ^p . Pero como es necesario utilizar una única energía de referencia para tracción y una única energía de referencia para compresión, se eligen por convención

$$g_t = \min(g_t^i) \quad \text{y} \quad g_c = \min(g_c^i) \quad (18)$$

donde g_t^i y g_c^i son los valores de energía correspondientes a cada una de las direcciones principales de anisotropía. De esta forma se evitan indefiniciones de la matriz de transformación y su inversa dentro del rango $0 \leq \kappa^p \leq 1$ en el cual se trabaja.

Ley constitutiva tangente

La ley constitutiva tangente se obtiene planteando la condición de consistencia plástica en el espacio isótropo ficticio de la siguiente manera

$$\bar{F}(\tau_{ij}, \bar{\alpha}_k) = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \dot{\tau}_{ij} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\alpha}_k} \dot{\bar{\alpha}}_k = 0 \quad (20)$$

Reemplazando $\dot{\tau}_{ij}$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \left(A_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} + \frac{\partial A_{ijkl}}{\partial \alpha_m} \dot{\lambda} h_{rs}^m R_{rs} \sigma_{kl} \right) + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\alpha}_k} \dot{\bar{\alpha}}_k = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \left(A_{ijkl} C_{klmn} (\dot{\epsilon}_{mn} - \dot{\epsilon}_{mn}^p) + \frac{\partial A_{ijkl}}{\partial \alpha_m} \dot{\lambda} h_{rs}^m R_{rs} \sigma_{kl} \right) + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\alpha}_m} \dot{\lambda} h_{rs}^m R_{rs} = 0 \quad (22)$$

Esto permite encontrar el parámetro de consistencia plástica:

$$\dot{\lambda} = \frac{\frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \bar{C}_{ijmn} \dot{\epsilon}_{mn}}{- \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \alpha_m} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \frac{\partial A_{ijkl}}{\partial \alpha_m} \sigma_{kl} \right) h_{rs}^m R_{rs} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \bar{C}_{ijkl} R_{kl}} \quad (23)$$

y a partir de allí, la ley constitutiva tangente

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}(\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^p) \tag{24}$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^t \dot{\epsilon}_{kl} \tag{25}$$

y el módulo elastoplástico tangente

$$C_{ijkl}^t = C_{ijkl} - \frac{C_{ijrs}R_{rs} \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{mn}} \bar{C}_{mnkl}}{\left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \alpha_m} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{rs}} \frac{\partial A_{rspq}}{\partial \alpha_m} \sigma_{pq} \right) h_{tu}^m R_{tu} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{pq}} \bar{C}_{pqrs} R_{rs}} \tag{26}$$

ESQUEMA DE CÁLCULO

En este punto se presenta esquemáticamente el algoritmo de cálculo cuando este modelo se utiliza dentro de un programa de elementos finitos para problemas con no linealidad física.

Datos del modelo

El número de datos necesarios para reproducir el comportamiento mecánico en cualquier dirección de un material ortótropo general como el descrito, es bastante mayor que en el caso de un material isotropo. La mayoría de los datos requeridos para el modelo que se presenta pueden ser obtenidos a partir de las curvas de respuesta tensión-deformación para tracción y compresión simple en cada una de las direcciones principales de anisotropía. Además hace falta disponer del valor del coeficiente de Poisson para completar la matriz de rigidez elástica. Por otro lado, se debe definir la función de fluencia en el espacio isotropo ficticio y las constantes correspondientes que no puedan ser obtenidas de los valores de resistencia uniaxial.

Las curvas tensión deformación para tracción y compresión simple en cada una de las direcciones principales de anisotropía deben ser transformadas¹⁰ en curvas tensión-deformación plástica descontando las deformaciones elásticas y luego en curvas tensión - variable de daño plástico teniendo en cuenta las ecuaciones (13), (14) y (18).

Integración de la ecuación constitutiva

La ecuación constitutiva puede integrarse, por ejemplo, mediante un método de tipo retorno mapeado^{5,11,12}. En ese caso, la condición de consistencia plástica incremental para la iteración k se plantea como

$$\bar{F}_k = \bar{F}_{k-1} + \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \right)_{k-1} (\Delta \tau_{ij})_k + \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \alpha_m} \right)_{k-1} (\Delta \alpha_m)_k + \dots = 0 \tag{27}$$

A partir de esta ecuación, realizando reemplazos análogos a los realizados en (22) y (23) y despreciando el resto de los términos, se puede obtener la corrección del parámetro de consistencia plástica

$$\delta\lambda^k = \frac{\frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \bar{C}_{ijmn} \dot{\epsilon}_{mn}}{\left[- \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\alpha}_m} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \frac{\partial A_{ijpq}}{\partial \alpha_m} \sigma_{pq} \right) h_{rs}^m R_{rs} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \bar{C}_{ijpq} R_{pq} \right]^{k-1}} \quad (28)$$

Con esta ecuación se actualiza $\Delta\lambda$ en forma iterativa. Para un incremento de carga m y una iteración n , la ecuación constitutiva se integra según el siguiente esquema:

1. Obtención del predictor elástico: $k = 0$

$$\text{Deformación plástica: } (\epsilon_{ij}^p)_{m,n}^0 = (\epsilon_{ij}^p)_{m,n-1}$$

$$\text{Deformación elástica: } (\epsilon_{ij}^e)_{m,n}^0 = (\epsilon_{ij})_{m,n} - (\epsilon_{ij}^p)_{m,n}^0$$

$$\text{Tensión predictora elástica: } (\sigma_{ij}^e)_{m,n}^0 = (\sigma_{ij})_{m,n}^0 = C_{ijkl} (\epsilon_{kl}^e)_{m,n}^0$$

$$\text{Variables internas: } (\alpha_i)_{m,n}^0 = (\alpha_i)_{m,n-1}$$

$$\text{Tensión de transformación: } (A_{ijkl})_{m,n}^0 = (A_{ijkl})_{m,n-1}$$

2. Tensión predictora en el espacio isótropo ficticio:

$$(\tau_{ij}^e)_{m,n} = (\tau_{ij})_{m,n}^0 = (A_{ijkl})_{m,n}^0 (\sigma_{ij}^e)_{m,n}$$

3. Verificación de la condición de fluencia:

$$\text{Si } \bar{F} \left[(\tau_{ij})_{m,n}^0, (\bar{\alpha}_i)_{m,n}^0 \right] \leq \text{tolerancia vaya a (13)}$$

4. Proceso iterativo de integración $k = 1$

5. Cálculo del parámetro de consistencia plástica:

$$\delta\lambda_{m,n}^k = \frac{(\bar{F})_{m,n}^{k-1}}{\left[- \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\alpha}_m} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \frac{\partial A_{ijpq}}{\partial \alpha_m} \sigma_{pq} \right) h_{rs}^m R_{rs} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{ij}} \bar{C}_{ijpq} R_{pq} \right]_{m,n}^{k-1}}$$

6. Actualización de la deformación plástica:

$$(\epsilon_{ij}^p)_{m,n}^k = (\epsilon_{ij}^p)_{m,n}^{k-1} + \delta\lambda_{m,n}^k (R_{ij})_{m,n}^{k-1}$$

7. Actualización de la tensión: $(\sigma_{ij})_{m,n}^k = C_{ijrs} \left[(\epsilon_{rs})_{m,n} - (\epsilon_{rs}^p)_{m,n}^k \right]$

8. Actualización de las variables internas:

$$(\alpha_i)_{m,n}^k = (\alpha_i)_{m,n}^{k-1} + \delta\lambda_{m,n}^k (h_{rs}^i)_{m,n}^k (R_{rs})_{m,n}^k$$

9. Actualización del tensor de transformación:

$$(A_{ijrs})_{m,n}^k = (S_{uvrs})_{m,n}^k A_{ijuv}^t \left((\kappa^p)_{m,n}^k \right) + \left(I_{uvrs} - (S_{uvrs})_{m,n}^k \right) A_{ijuv}^c \left((\kappa^p)_{m,n}^k \right)$$

10. Tensión en el espacio isótropo ficticio: $(\tau_{ij})_{m,n}^k = (A_{ijuv})_{m,n}^k (\sigma_{uv})_{m,n}^k$

11. Verificación de la condición de fluencia:

$$\bar{F} \left[(\tau_{ij})_{m,n}^k, (\bar{\alpha}_i)_{m,n}^k \right] \leq \text{tolerancia vaya a (13)}$$

12. $k = k + 1$ vuelva a (5)

13. $(\varepsilon_{ij}^p)_{m,n} = (\varepsilon_{ij}^p)_{m,n}^k$; $(\sigma_{ij})_{m,n} = (\sigma_{ij})_{m,n}^k$; $(\alpha_i)_{m,n} = (\alpha_i)_{m,n}^k$;
 $(A_{ijkl})_{m,n}^k = (A_{ijkl})_{m,n}^k$

14. Evaluación del tensor constitutivo tangente:

$$\left(C_{ijkl}^t \right)_{m,n} = C_{ijkl} - \left[\frac{C_{ijrs} R_{rs} \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{tu}} \bar{C}_{tukl}}{- \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{\alpha}_v} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{rs}} \frac{\partial A_{rspq}}{\partial \alpha_v} \sigma_{pq} \right) h_{tu}^v R_{tu} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \tau_{pq}} \bar{C}_{pqrs} R_{rs}} \right]_{m,n}$$

15. FIN

EJEMPLO DE APLICACIÓN

A modo de ejemplo se muestran los resultados obtenidos para un panel de mampostería estudiado por Page *et al.*¹³, bajo tensiones planas de compresión.

Curvas de fluencia

En este punto se obtienen las curvas de fluencia del panel de mampostería de ladrillos sometido a tensiones en su plano¹⁴. En la Figura 2 se muestran las superficies de fluencia correspondientes a distintas inclinaciones de las tensiones principales respecto de las direcciones principales de anisotropía. Dichas superficies de fluencia corresponden al espacio anisótropo real y fueron obtenidas utilizando el criterio de Mohr Coulomb en el espacio isótropo ficticio para $\kappa^p = 0$, $\sigma_{tx}/\sigma_{ty} = 2$ y $\sigma_{cx}/\sigma_{cy} = 0,54$. Puede observarse que las mismas mantienen la convexidad y representan aproximadamente las superficies de fluencia obtenidas experimentalmente por Page¹⁴ para este tipo de paneles.

Curvas tensión-deformación

En este punto se analiza el comportamiento del panel considerando a la mampostería como un material homogéneo anisótropo cuyas propiedades mecánicas son las obtenidas del preproceso numérico de una celda básica¹⁵.

En la Figura 3 se muestran el panel de mampostería y la malla de 6 elementos finitos utilizada.

En primer lugar se analiza el panel sometido a una carga cuasiestática de compresión perpendicular a la junta horizontal. Los resultados obtenidos se comparan con los resultados numéricos correspondientes a una discretización fina, modelando por separado los ladrillos y el mortero como materiales isótropos homogéneos, y con los resultados experimentales. En la Figura 3 se muestran las curvas carga-desplazamiento vertical correspondientes.

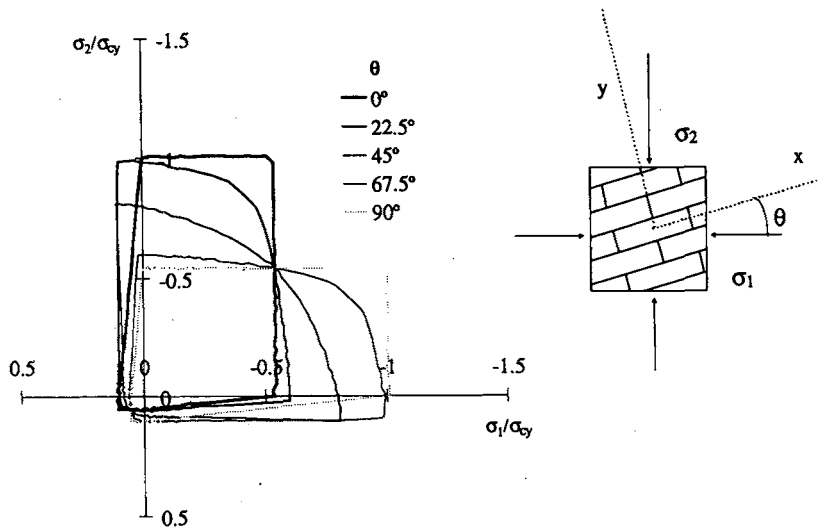


Figura 2. Curvas de fluencia en el espacio real

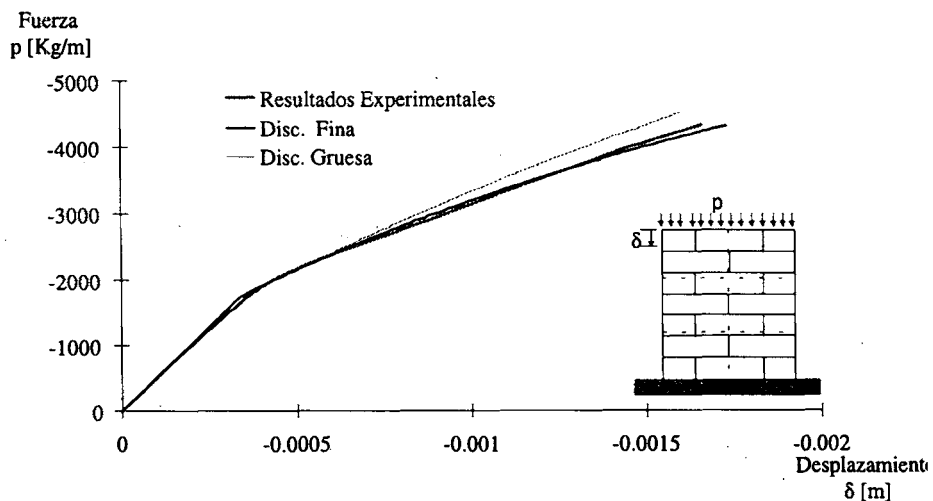


Figura 3. Curvas carga-desplazamiento para compresión normal a la junta

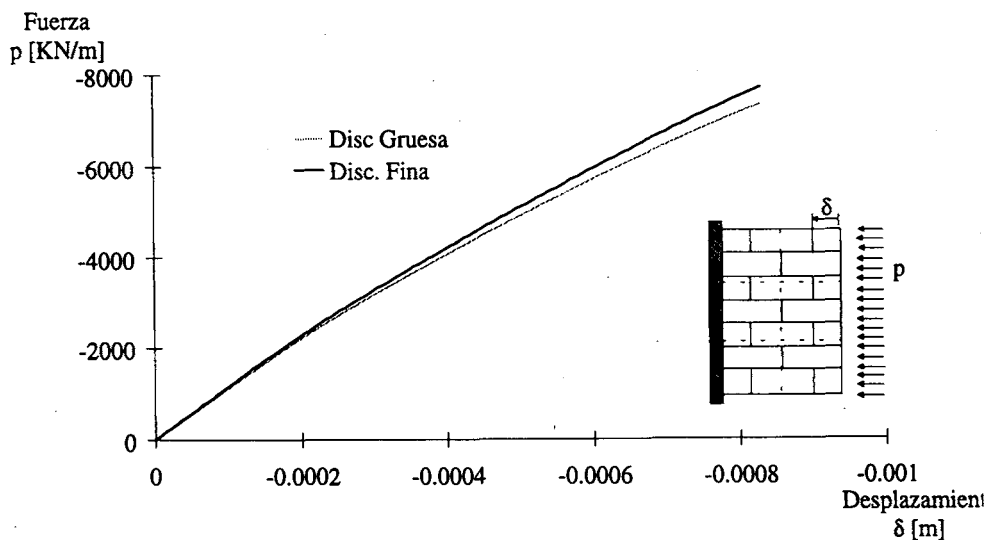


Figura 4. Curvas carga-desplazamiento para compresión paralela a la junta

En la Figura 4 se presentan los resultados obtenidos para una carga paralela a la junta horizontal.

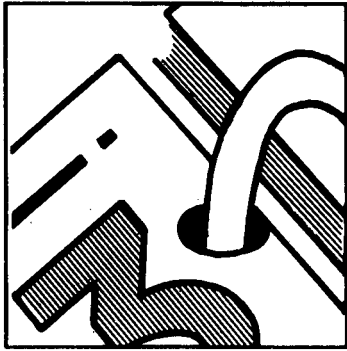
CONCLUSIONES

1. El modelo presentado permite reproducir el comportamiento de materiales ortótropos muy generales.
2. Tiene en cuenta la forma en que varía la anisotropía de acuerdo al tipo de estado tensional y durante la evolución del proceso elastoplástico.
3. El modelo se obtiene mediante una transformación no lineal de espacios por lo que sólo aparecen algunas transformaciones y derivadas adicionales respecto del caso isótropo.
4. Al trabajar con la condición de fluencia en el espacio isótropo ficticio, no requiere la definición de superficies de fluencia, ni de potencial para el caso anisótropo.
5. El modelo es adecuado para reproducir el comportamiento de materiales ortótropos del tipo de la mampostería de ladrillos.

REFERENCIAS

1. R. Hill, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press, pp. 317-340, (1967).
2. J. Betten, "Creep Theory of Anisotropic Solids", *Journal of Rheology*, Vol. 25, 6, pp. 565-581, (1981).
3. J. Betten, "Application of Tensor Functions to the Formulation of Yield Criteria for Anisotropic Materials", *International Journal of Plasticity*, Vol. 4, pp. 29-46, (1988).
4. R. Hill, "A User Friendly Theory of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals", *International Journal of Mechanics and Science*, Vol. 35, 1, pp. 19-25, (1993).

5. B.M. Luccioni, "Formulación de un modelo constitutivo para materiales ortótropos", Ph.D. Tesis, Universidad Nacional de Tucumán, Argentina, (1993).
6. S. Oller, E. Oñate y J. Miquel, "Simulation of Anisotropic Elastic-Plastic Behaviour of Materials by Means of an Isotropic Formulation", *U.S. National Congress on Computational Mechanics*, Washington, (1993).
7. S. Oller, S. Botello, J. Miquel y E. Oñate, "An Anisotropic Elasto-Plastic Model Based on an Isotropic Formulation", *Engineering Computation*, Vol. 12, pp. 245-262, (1993).
8. B. Luccioni, S. Oller y R. Danesi, "Plastic Damaged Model for Anisotropic Materials", *Applied Mechanics in the Americas*, Vol. 1, pp. 124-129, (1995).
9. S. Oller, "Un modelo de 'daño continuo' para materiales friccionales", Ph.D. Tesis, Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior D'Enginyers De Camins, Canals I Ports, (1988).
10. S. Oller, J. Oliver, J. Lubliner y E. Oñate, "Un modelo constitutivo de daño plástico para materiales friccionales. Parte I: Variables fundamentales, funciones de fluencia y potencial", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol. 4, pp. 397-431, (1988).
11. M. Ortiz y E. Popov, "Accuracy and Stability of Integration Algorithms for Elastoplastic Constitutive Relations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 21, pp. 1561-1576, (1985).
12. M. Ortiz y J.C. Simo, "An Analysis of a New Class of Integration Algorithms for Elasto-Plastic Constitutive Relations", *Int. J. Num. Meth. in Engng.*, Vol. 83, pp. 353-366, (1986).
13. A.W. Page, "Finite Element Model for Masonry", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 104, ST8, (1978).
14. A.W. Page, "The Biaxial Compressive Strength of Brick Masonry", *Proc. Instit. Civ. Eng.*, Part 2, 73, pp. 441-454, (1981).
15. P. Martín, B. Luccioni y R. Danesi, "Análisis de paneles de mampostería", *Mecánica Computacional*, Vol. XVII, pp. 403-412, (1996).



Cursos y Congresos

**CURSOS
Y
CONGRESOS****FECHA****LUGAR****PARA MAYOR
INFORMACIÓN
DIRIGIRSE A:**

**1st USICEE
Annual Conference on
Engineering Education**

*11-14 Febrero
1998*

*Melburne
Australia*

Conference Secretariat
USICEE, Faculty of Engineering
Monash University
Clayton, Melbourne
Vic 3168, Australia
Tel.: + 61 3 990-51829
Fax: + 61 3 990-51547
E-mail:
usicee@eng.monash.edu.au
http:
www.eng.monash.edu.au/usicee

**CEMCO-98
XIV Curso de
Estudios Mayores
de la Construcción**

*20 Febrero-
26 Junio
1998*

*Madrid
España*

Secretaría:
Ma. Carmen Díaz Periañez
CEMCO-98
Inst. Ciencia Construcción
"Eduardo Torroja"
Serrano Galveche, s/n
28033 Madrid, España
Tel: 34 1 302 0440
Fax: 34 1 302 0700
E-mail:
carmendp@fresno.csic.es

**First ESAFORM
Conference on
Material Forming**

*17-20 Marzo
1998*

*Sophia
Antipolis
Francia*

Dr. Noëlle Billon
Ecole des Mines de Paris
CEMEF, B.P. 207
06904 Sophia Antipolis Cedex
France
Tel.: + 33 (0) 4 93 95 74 20
Fax: + 33 (0) 4 93 65 43 04
http://esaform.cma.fr

- | | | | |
|---|---|---|--|
| EURO-C 1998
Computational Modelling
of Concrete Structures | <i>31 Marzo</i>
<i>3 Abril</i>
<i>1998</i> | <i>Badgastein</i>
<i>Austria</i> | Nenad Bičanić
Dept. Civil Engng.
University of Glasgow
Rankine Building
Oakfield Av.
Glasgow G12 8LT
Scotland, UK
Tel: 44 141 330 5200
Fax: 44 141 330 4557
E-mail:
n.bicanic@civil.gla.ac.uk |
| NUMIFORM '98
The Sixth
International Conference
on Numerical Methods in
Industrial Forming
Processes | <i>22 25 Junio</i>
<i>1998</i> | <i>Enschede</i>
<i>Holanda</i> | NUMIFORM '98
University of Twente
WB-N136
P.O. Box 217
7500 AE Enschede
The Netherlands
Tel: 31 53 489 2460
Fax: 31 53 489 3900
E-mail:
numiform@wb.utwente.nl
http://numiform98.wb.utwente.nl |
| Fourth World Congress
on Computational
Mechanics | <i>29 Junio-</i>
<i>2 Julio</i>
<i>1998</i> | <i>Buenos Aires</i>
<i>Argentina</i> | Conference Secretariats
Spanish Association for
Numerical Methods in
Engineering (SEMNI)
Edificio C-1,
Campus Norte, UPC
Gran Capitán, s/n,
08034 Barcelona, España
Tel: 34 3 205 7016
Fax: 34 3 401 6517
E-mail: iacm@etseccpb.upc.es
http://cimne.upc.es

Argentinian Association for
Computational Mechanics
(AMCA)
Güemes 3450
3000 Santa Fe, Argentina
Tel: 54 42 55.66.73
Fax: 54 42 55.09.44
E-mail: rngtm@arcrde.edu.ar |

- | | | | |
|--|-------------------|-------------------------------|---|
| 6th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulation | 6-9 Julio 1998 | <i>Londres Inglaterra</i> | Conference Secretary
Mrs F. Barkshire
School of Computing and Mathematical Sciences
University of Greenwich
Wellington Street,
London SE18 6PF, UK
Tel: 44 (0)181 331 8706
Fax: 44 (0)181 331 8925
E-mail: f.barkshire@gre.ac.uk |
| The Fourth International Conference on Computational Structures Technology | 18-20 Agosto 1998 | <i>Edinburgo Escocia</i> | Prof. B.H.V. Topping
Dept. Mechanical Engng.
Riccarton, Edinburgh
EH14 4AS, U.K.
Tel: 44 131 451 3141
Fax: 44 131 451 3593
http://www.saxe-coburg.co.uk |
| The First International Conference on Engineering Computational Technology | 18-20 Agosto 1998 | <i>Edinburgo Escocia</i> | Prof. B.H.V. Topping
Dept. Mechanical Engng.
Heriot-Watt University
Riccarton, Edinburgh
EH14 4AS, U.K.
Tel: 44 131 451 3141
Fax: 44 131 451 3593
http://www.saxe-coburg.co.uk |
| BEM 20 20th World Conference on the Boundary Element Method | 19-21 Agosto 1998 | <i>Orlando Florida E.U.A.</i> | Ms. Liz Kerr
Conference Secretariat
Wessex Institute of Technology
Ashurst Lodge, Ashurst
Southampton SO40 7AA, UK
Tel: 44 (0)1703 293223
Fax: 44 (0)1703 292853
E-mail: liz@wessex.ac.uk
http://www.wessex.ac.uk/ |
| Sixth Pan American Congress of Applied Mechanics PACAM VI | 4-8 Enero 1999 | <i>Río de Janeiro Brasil</i> | Djenane Pamplona
Hans I. Weber
PUC-Rio, Brazil
E-mail:
pacam99@civ.puc-rio.br
Charles R. Steele
Stanford University, USA
E-mail:
chasst@lelend.stanford.edu |
| DINAME 7th. International Conference on Dynamical Problems in Mechanics | | | |

**The Seventh International
Conference on
Civil and Structural
Engineering Computing**

*Primavera
1999*

Prof. B.H.V. Topping
Dept. Mechanical Engng.
Heriot-Watt University
Riccarton, Edinburgh
EH14 4AS, U.K.
Tel: 44 131 451 3141
Fax: 44 131 451 3593
<http://www.saxe-coburg.co.uk>

**The Fifth International
Conference on
The Application of
Artificial Intelligence
to Civil and Structural
Engineering**

*Primavera
1999*

Prof. B.H.V. Topping
Dept. Mechanical Engng.
Heriot-Watt University
Riccarton, Edinburgh
EH14 4AS, U.K.
Tel: 44 131 451 3141
Fax: 44 131 451 3593
<http://www.saxe-coburg.co.uk>